

## تأثير عدم المحاذاة على الإجهادات المتولدة في أسنان التروس\*

أ.د. صباح محمد جميل ملا علي      أ.د. أكرم يونس الساعاتي      عمر داود محمد  
قسم الهندسة الميكانيكية      قسم الهندسة المعمارية      قسم الهندسة الميكانيكية  
كلية الهندسة / جامعة الموصل

### الخلاصة:

يتمحور هذا البحث حول تحليل الإجهادات المتولدة على سن ترس ناقل للحركة ، ودراسة تأثير التغير في زاوية عدم المحاذاة على توزيع هذه الإجهادات وتركزها ، وقد أجريت الدراسة على نموذج سن ترس ذي بيانات مقارنة لبيانات الترس الملحق (Accessory gear) الموجود في المحطة الغازية لتوليد الكهرباء في المنصور . الموصل.

يتضمن هذا البحث تطوير برنامج حاسبة لتقنية العنصر المحدد ، وقد تم تحليل نموذج سن الترس المدروس بتقنية العنصر المحدد بثلاثة أبعاد ، وبعد عرض النتائج المستحصلة من تنفيذ البرنامج لعدة حالات من زوايا عدم المحاذاة ، يمكن ملاحظة التغير الذي يطرأ على توزيع هذه الإجهادات وتركزها بوضوح على سن الترس . وفي ضوء قيم الإجهادات المتولدة عند تغير زاوية عدم المحاذاة ، يتم تحديد الحدود الممكنة لتغير زاوية عدم المحاذاة ، ومناقشة إمكانية حدوث كسر في السن ، ومن ثم اقتراح نوع المعدن الأنسب للاستخدام من حيث مقاومة الفشل . وقد وجدت صيغ تحكم تغير قيم الإجهادات مع تغير زاوية عدم المحاذاة . باستخدام تحليل الانحدار . ، كما وجد أن تولد زاوية عدم محاذاة بمقدار (0.01degree) يؤدي إلى زيادة % 154 في قيمة الإجهاد الأساسي الأعلى عند جذر السن و % 163 في قيمة إجهاد القص الأعلى و % 147 في قيمة الإجهاد الأساسي الأدنى في منطقة للتلامس .

## Effect of Misalignment on Gear Teeth Stresses

Dr. Sabah M.J.Ali      Dr. Akram Y.Al-Sa'ati      Mr. Omar D.Mohammed  
Professor      Professor      Assistant Lecturer  
College of Engineering \ University of Mosul

### Abstract:

The present research work concentrated on the analysis of stresses generated on transmitting gear tooth, also the effect of misalignment angle on stress distribution and its concentration. This study had been done on gear model similar to accessory gear of gaseous station for electricity generation in Mansour-Mosul.

Computer program using finite element technique had been developed, Gear tooth model had been analyzed using finite element method in three dimensions. The results of execution finite element program for many cases of misalignment angle showed clearly, that the stress distribution and its concentration on tooth changed with misalignment angle. According to the values of generated stresses, the tooth fracture can be predicted, this leads to suggest more suitable materials to be used for gears. New formulas governing stresses change with change of misalignment angle, had been gotten

\* هذا البحث مستل من رسالة الماجستير الموسومة " تأثير عدم المحاذاة في عمود الدوران على الإجهادات المتولدة في أسنان التروس بوجود حمل ديناميكي " ، تقدم بها الباحث عمر داود محمد إلى مجلس كلية الهندسة في جامعة الموصل.

- using regression analysis -, also it is found that when angle of misalignment being generated by 0.1 degree, this leads to increase of 154 % in maximum principal stress at root tension side, 163 % in maximum shear stress and 147 % in minimum principal stress at contact region.

### الكلمات المفتاحية:

Misalignment Spur gear Stress analysis Finite element

### تعريف الرموز والمصطلحات:

الوحدة	الرمز	تعريفه	الوحدة	الرمز	تعريفه
(mm)	$m$	مقياس حجم السن.		$a$	ثابت ، يعتمد على زاوية الضغط.
(r.p.m)	$N$	السرعة التشغيلية.		$B$	عرض السن.
( W )	$P$	القدرة المنقولة.	(mm)	$B'$	العرض الفعال للتلامس.
	$r$	نصف قطر دائرة الخطوة للترس الصغير.	(mm)	$c$	معامل ، يعتمد على خواص مادة الترسين المُعشقين وعلى زاوية الضغط.
(mm)	$r_b$	نصف القطر الأساسي.	(N/m <sup>2</sup> )	$C_T$	معامل توزيع الحمل.
(mm)	$r_f$	نصف قطر تقوس جذر السن.		$C_z$	ثابت النابضية.
(N.m)	$T$	العزم الميكانيكي المسلط.	(N/mm.μ)	$E$	معامل المرونة.
	$U$	الحمل المسلط ، الموزع على سطح السن.	(N/mm <sup>2</sup> )	$e$	الخطأ في شكل السن.
(N)	$u_m$	متوسط الحمل المسلط.	(m)	$F$	الحمل العمودي المنقول بواسطة الأسنان المعشقة.
(N/mm)	$u_{max}$	أعظم قيمة للحمل المسلط في توزيع الحمل.	(N)	$F_{dyn}$	الحمل الديناميكي.
(N/mm)	$V$	السرعة الخطية المماسية.	(N)	$F_n$	المركبة العمودية للحمل المسلط.
(m/sec)	$Z$	عدد أسنان الترس.	(μ)	$f_{RW}$	الخطأ الاتجاهي.
(Degree)	$\alpha$	زاوية عدم المحاذاة.	(N)	$F_t$	المركبة المماسية للحمل المسلط.
(Radian)	$\nu$	نسبة بويسون .	(mm)	$h_a$	ارتفاع تاج السن.
(N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_y$	إجهاد الخضوع.	(mm)	$h_d$	ارتفاع جذر السن.
(Degree)	$\psi$	زاوية الضغط.			
(rad/sec)	$\omega$	السرعة الزاوية.			

## المقدمة:

تُعد الإجهادات المتولدة في أسنان التروس الناقلة للحركة عاملاً مُحددًا بالنسبة لمُصممي التروس ، إذ يمكن في ضوء تحديد مستوى الإجهادات المتولدة تحديد أبعاد السن وشكله ودرجة صلادته ، فضلاً عن سرعة التشغيل والحمل المنقول وغيرها من أمور التصميم الواجب تحديدها . وتكمن أهمية دراسة تحليل الإجهادات في تحديد أماكن تركيز الإجهادات المتوقع أن يبدأ عندها الكسر أو فشل السن.

أُجريت بحوث ودراسات عديدة اعتمدت أساليب مختلفة في تحليل الإجهادات المتولدة على أسنان التروس الناقلة للحركة ، فصيغة لويس (Lewis equation) التي تعاملت مع السن كعتبة (Beam) هي من الأساليب التقليدية والأساسية لحساب الإجهاد عند جذر السن . كما أُجريت دراسات عديدة باستخدام تقنية المرنة الضوئية (Photoelasticity technique) بعد إدخالها مجال البحث لحساب تركيز الإجهادات . إن ظهور طريقة العنصر المحدد وانتشارها الواسع ، أتاح للباحثين إمكانية تطبيقها في تحليل الإجهادات بكفاءة ، إذ أجرى الباحثان ( L.Wilcox and W.Coleman [1] دراسة باستخدام طريقة العنصر المحدد لحساب الإجهادات المتولدة على سن الترس ، وبالاعتماد على النتائج المستحصلة من تطبيق هذه الطريقة ، تمكن الباحثان من إيجاد صيغة جديدة لحساب قيم الإجهادات عند منطقة جذر السن . كما أجرى الباحثون [2]

(G.Chabert ,T.Dang.Tran and R.Mathis) دراسة باستخدام طريقة العنصر المحدد لتوزيع الإجهادات عند جذر السن بتسليط حمل سكوني ثابت. إذ درس الباحثون نماذج مختلفة في الأبعاد ، وأجروا الحسابات عليها ، وبالاعتماد على قيم الإجهادات المحسوبة عند الجذر للنماذج التي تمت دراستها ، اقترح الباحثون صيغة مبسطة لحساب أعلى قيمة للإجهاد عند جذر السن على جانب الشد . أما الباحثون ( T.Sayama , S.Oda and K.Umezawa ) [3] فقد أجروا دراسة لحساب الإجهادات والانحناءات عند جذر سن ترس ذي حافة رفيعة (Thin rimmed gear) ودعامات ملحومة بالحافة ، وقد أُجريت الحسابات بتطبيق طريقة العنصر المحدد بثلاثة أبعاد ، وتُظهر مقارنة نتائج الحسابات توافقاً جيداً مع القيم المستحصلة عملياً باستعمال مقاييس الانفعال التي يتم تثبيتها عند جذر السن . أجرى الباحث (Mileta Ristivajevic) [4] دراسة نظرية لتحديد الإجهادات التشغيلية المتولدة خلال التحميل ، و الإجهادات الحرجة المسؤولة عن الفشل ، بعد تحديد عوامل الأمان والموثوقية. ويعتمد التحليل على تحديد أمور عديدة منها : الأبعاد التصميمية ، ودقة التصنيع ، والحمل الديناميكي ، وتوزيع الحمل على الأسنان المُعشقة ، وتركز الإجهادات . وتدخل جميع هذه الأمور على شكل معاملات في المعادلة العامة لحساب الإجهاد عند جذر السن والتي تتعامل مع السن كعتبة. يتضح من استعراض البحوث السابقة أن عدداً من الباحثين أجروا دراسات لتحليل الإجهادات المتولدة على أسنان التروس ، بافتراض السن ثنائي الأبعاد (2D\_Plane elastic) و بافتراض الحمل المسلط على سن الترس متركزاً عند نقطة معينة ، ومن ثم إيجاد أعلى قيمة للإجهاد في جذر السن . كما أن عدداً من الدراسات قد أُجريت بتحليل النموذج بثلاثة أبعاد ، دون الدخول في نتائج تغير تسليط الحمل ، من تغير في توزيع الإجهادات وتركزها مع تغير زاوية عدم المحاذاة.

يتناول هذا البحث دراسة تأثير عدم محاذاة الأعمدة الدوارة على توزيع الإجهادات ، وتركزها على سن ترس ذي أسنان مستقيمة (Spur gear). تتم دراسة تحليل الإجهادات وبثلاثة أبعاد على نموذج السن المدروس، باستخدام طريقة العنصر المحدد . وتتم دراسة عدد من الحالات لتغير زاوية عدم المحاذاة ، التي تؤثر على كيفية توزيع تسليط الحمل ، على امتداد عرض السن ، ومن ثم دراسة التغير الحاصل في توزيع وتركز الإجهادات ، الناتج عن تغير زاوية عدم المحاذاة.

## برنامج العنصر المحدد:

يمكن تطبيق طريقة العنصر المحدد بفعالية لحل العديد من المسائل عن طريق برمجة خطوات الطريقة ، والبرنامج المعتمد في دراسة هذا البحث مكتوب بلغة (Fortran\_90) ، ويتعامل مع عنصر ثلاثي الأبعاد ، سداسي الأوجه ، ذي عشرين عقدة (3D-20 nod-Hexahedron element) يمكن توضيحه في الشكل (1) . يتيح البرنامج إمكانية تحديد عدد نقاط كاوس التكاملية ، إذ يمكن أن يكون عددها 27 ، 15 ، 14 ، أو 8 . ويتطلب تطبيق هذا البرنامج تزويده بإحداثيات العقد كافة وترقيم العقد المكونة لكل عنصر ، التي يمكن الحصول عليها باستخدام برنامج خاص لتوليد العناصر ويمكن توضيح ترقيم عقد العنصر بالشكل (1). كما يتطلب برنامج العنصر المحدد تحديد قيم القوى المسلطة على العقد ، ودرجات الحرية المقيدة بوصفها شروطاً محيطية. يعتمد البرنامج طريقة (Skyline) أسلوباً لخزن مصفوفة الجساءة ، كما يعتمد طريقة (Cholesky) لحل المعادلات . وعند تنفيذ البرنامج يتم الحصول على قيم مركبات الازاحات عند العقد كافة ، وقيم الإجهادات عند نقاط كاوس ضمن كل عنصر من عناصر الجسم [5] . وقد أجري اختبار فعالية لبرنامج العنصر المحدد المستخدم في هذا البحث ، لغرض التأكد من كفاءته وفي الملحق (A) توضيح للاختبار .

### التطبيق العددي:

أجري التطبيق العددي باستخدام برنامج العنصر المحدد على نموذج سن الترس المدروس ، ذي البيانات المقاربة لبيانات الترس الملحق ( Accessory gear ) الموجود في المحطة الغازية لتوليد الكهرباء في المنصور - الموصل. ويمكن توضيح بيانات الترس المدروس في الجدول الآتي:

Alloy designation		Yield stress
DIN	AISI	
1.7218 25CrMo4	4130	$\sigma_y = 570 \text{ N/mm}^2$
(Modulus of elasticity) $E$		207000 N/mm <sup>2</sup>
(Poisson's ratio) $\nu$		0.3
(Module) $m$		4 mm
(Pressure angle) $\Psi$		20°
(Addendum) $h_a = m$		4 mm
(Dedendum) $h_d = 1.25m$		5 mm
(Root fillet) $r_f$		1 mm
(Face width) $B$		40 mm
(Teeth no.) $Z$		50 teeth
(Power) $P$		400,000 W
(Running speed) $N$		5000 r.p.m

تمثيل النموذج بطريقة العنصر المحدد: تمت دراسة نموذج سن الترس بثلاثة أبعاد ، إذ قُسم إلى 320 عنصراً ثلاثي الأبعاد ، سداسي الأوجه ، ذي عشرين عقدة ، ويوضح الشكل (2) تقسيمات النموذج مع تثبيت الإحداثيات على مركز عمود الدوران ، كما يضم النموذج 1781 عقدة . يوضح الشكل (3) السطوح الجانبية (A, B, C) للنموذج ، المثبتة بحيث تكون درجات الحرية للنقاط الواقعة عليها مقيدة بالأبعاد الثلاثة (z,y,x).

### حساب الحمل المسلط:

لغرض تطبيق طريقة العنصر المحدد ، يتوجب حساب الحمل المسلط على سن الترس المعشق بعد إيجاد الحمل الديناميكي الإضافي . ومن ثم إيجاد توزيع الحمل المُسلط على امتداد عرض السن عند تغير زاوية عدم المحاذاة ، عن طريق حساب قوى مكافئة متمركزة تُسلط على امتداد عرض السن .

#### الحمل المنقول:

$$\bullet \quad T = P / \omega \dots\dots\dots(1)$$

$$\omega = 2\pi N / 60$$

$$\therefore T = 763.943 \text{ N} \cdot m$$

$$\bullet \quad F = T / r_b \dots\dots\dots(2)$$

$$r_b = r \cdot \cos(\Psi)$$

$$r = m \cdot z / 2$$

$$\therefore F = 8129.74 \text{ N}$$

في هذا البحث تكون نسبة التلامس (C.R=1.7) للنموذج المدروس ، والتي تعني أن 30 % من التلامس ، سيكون بزوج واحد وأن 70 % من التلامس سيكون بزوجين مقسماً بالتساوي بين بداية التلامس ونهايته. أُعتمد في هذا البحث تسليط الحمل عندما يكون التعشيق بزوج واحد إي عندما يكون الحمل المسلط في أعلى قيمة له ، ومساوياً للحمل العمودي الكلي المنقول . وبالتالي تتولد أعلى إجهادات عند جذر السن .

في الواقع تتعرض التروس الناقلة للحركة لتسليط حمل ديناميكي . الذي يؤدي بدوره إلى زيادة احتمالية فشل أسنان الترس بسبب زيادة الإجهادات المتولدة. وقد تم في هذا البحث لغرض أخذ تأثير الحمل الديناميكي اعتماد معادلة بكنكهام (Buckingham equation) التي يمكن وصفها على النحو الآتي [6]:

$$F_{dyn} = F_t + \frac{21 V (B c e + F_t)}{21 V + \sqrt{B c e + F_t}} \dots\dots\dots(3)$$

يمكن إيجاد (e) ، بعد الرجوع إلى جداول سماحية الخطأ [6] ، لتكون قيمته  $e = 2 \times 10^{-6} m$

$$c = \frac{a (E_p E_g)}{(E_p + E_g)}$$

$$a(\Psi = 20^\circ) = 0.111 \quad , \quad E_p = E_g = 207 \times 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ (For pinion and gear)}$$

$$\therefore F_{dyn} = 15527.377 \text{ N}$$

**توزيع الحمل على امتداد عرض السن:** عند تولد عدم محاذاة بين الترسين المُعشقين ، فإن تعشيق الأسنان لا يكون بصورة صحيحة ويتغير من ثم التلامس بين السنين المُعشقين بانحصاره في جانب من سطح السن ، وانحصاره عن الجانب الآخر ، ويتغير توزيع الحمل المسلط على السن عن طبيعته المنتظمة بتركزه على جانب ، وتناقصه تدريجياً على الجانب الآخر. يمكن تقريب طبيعة توزيع الحمل المسلط عند تولد عدم المحاذاة بتوزيع القطع المكافئ التكعيبي ( Cubic parabolic distribution ) ، الذي يعد الأقرب للتوزيع الطبيعي للحمل. ويوضح الشكل (4)

هذا التوزيع - على امتداد العرض الفعال للتلامس - ، الذي يمكن وصفه بالمعادلة الآتية [7]:

$$u(x) = u_{\max} \cdot [1 - (x/B')^3] \dots\dots\dots(4)$$

ويمكن تعريف الحمل المماسي المسلط على امتداد عرض السن على النحو الآتي [7]:

$$U = u_m \cdot B = \int_0^{B'} u(x).dx = \frac{3}{4} B' u_{\max} \dots \dots \dots (5)$$

وبذلك :

$$u_m = \frac{U}{B} \dots \dots \dots (6)$$

$$u_{\max} = \frac{4}{3} \frac{U}{B'} \dots \dots \dots (7)$$

وقد وجد عملياً أنه يمكن حساب ( $u_{\max}$ ) على النحو الآتي أيضاً [7]:

$$u_{\max} = C_z \cdot f_{RW} \frac{B'}{B} \dots \dots \dots (8)$$

ويمكن تعريف  $C_z$  على النحو الآتي:

$$C_z = \frac{K}{B} \times 10^{-3}$$

كما يمكن تعريف  $f_{RW}$  على النحو الآتي:

$$f_{RW} = 10^3 \cdot \alpha \cdot B$$

يمكن التوصل إلى قيمة العرض الفعال ( $B'$ ) من المعادلتين (7) و(8).

$$B' = \sqrt{\frac{4 U B}{3 f_{RW} \cdot C_z}} \dots \dots \dots (9)$$

وللمنموذج المدروس يكون الحمل المماسي المسلط :

$$U = F_{dyn} = 15527.377 \text{ N}$$

ويمكن تعريف معامل توزيع الحمل (Load distribution factor) ليكون:

$$C_T = \frac{u_{\max}}{u_m} \dots \dots \dots (10)$$

في هذا البحث تم حساب توزيع الحمل على سن الترس لحالات عدم المحاذاة التي اختيرت للدراسة ويمكن

توضيحها في الجدول الآتي:

Cases	$\alpha(\text{radian})$	$\alpha(\text{deg ree})$
1	0.000	0.000
2	0.000512	0.02933
3	0.000681	0.03901
4	0.000952	0.05454
5	0.00180	0.10313
6	0.00320	0.18334

وفي كل حالة يتم حساب العرض الفعال لتسليط الحمل ( $B'$ ) المناظر لزاوية عدم المحاذاة في تلك

الحالة ، يتم بعد ذلك حساب  $u_{\max}$  ، ومن ثم يتم إيجاد قيم القوى المكافئة المتمركزة على العقد ، التي تمثل الحمل

الحقيقي الموزع لتلك الحالة ، ويتم ذلك بإجراء تكامل الحمل الموضح على النحو الآتي:

$$F = \int_{x_1}^{x_2} u_{\max} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{x}{B'} \right)^3 \right] \cdot dx \dots \dots \dots (11)$$

ويمكن توضيح نتائج الحسابات لحالات عدم المحاذاة التي تمت دراستها على النحو الآتي:

Case	(Radian) $\alpha$	$f_{RW} (\mu)$	$B'(mm)$	$u_{max.} (N)$	$C_T$
1	0.000000	0.00	$B = 40$	$u_m$	1.0
2	0.000512	20.48	37.5	552.08	1.42
3	0.000681	27.25	32.5	637.02	1.64
4	0.000952	38.08	27.5	752.84	1.94
5	0.001800	72.0	20.0	1035.15	2.66
6	0.003200	128.0	15.0	1380.21	3.55

يتم بعد حساب كل القوى المتمركزة التي يكون مجموعها مساوياً للحمل المماسي الموزع الذي تمثله ، إيجاد

المركبات العمودية المناظرة للقوى المتمركزة المماسية ، وباستخدام زاوية الضغط (  $\Psi$  ) [8]:

$$F_n = F_t \tan(\Psi) \dots \dots \dots (12)$$

بذلك تكون قيم القوى المسلطة جاهزة للإدخال كبيانات لبرنامج العنصر المحدد . ويوضح الشكل (5) مركبات القوى المسلطة التي تمثل توزيع الحمل على امتداد العرض الفعال للسن ، المناظر لقيمة زاوية عدم المحاذاة.

### النتائج والمناقشة:

يمكن تقديم النتائج المستحصلة من هذا العمل ومناقشتها بتناول الرسومات والمنحنيات المعروضة على النحو

الآتي:

#### 1. رسومات المناسيب لتوزيع الإجهادات على مقطع أفقي في السن: توضح الأشكال (6 f-a) تغير توزيع

إجهاد القص الأعلى مع تغير زاوية عدم المحاذاة ضمن مستوي مستطيل الشكل يمثل المقطع الأفقي المار بمنطقة التلامس ، الذي يحوي أكبر قيمة ناتجة لإجهاد القص الأعلى . من الواضح أن إجهاد القص عند زاوية عدم المحاذاة المساوية للصفر ، يتوزع بانتظام على امتداد التلامس ، إذ تميل خطوط ثبات الإجهاد إلى الاستقامة. وبالرجوع إلى الأشكال المتتالية نلاحظ انحناء خطوط ثبات الإجهاد ، مما يدل على عدم انتظام توزيع الإجهاد وتركزه في منطقة التلامس . وبذلك تتزايد أكبر قيمة لإجهاد القص الأعلى مع تزايد زاوية عدم المحاذاة.

#### 2. منحنيات تغير الإجهادات مع زاوية عدم المحاذاة: يمكن من خلال هذه المنحنيات تكوين صورة واضحة

عن تغير أكبر قيمة متولدة للإجهاد مع تغير زاوية عدم المحاذاة . وقد تم التوصل إلى صيغ تحكم تغير الإجهادات مع تغير زاوية عدم المحاذاة يمكن توضيحها في الأشكال.

**في منطقة جذر السن على جانب الشد:** يوضح الشكل (7) تزايد أكبر قيمة متولدة للإجهاد الأساسي الأعلى في السن . تتعرض منطقة جذر السن على جانب الشد إلى إجهادات شد عالية ، وتتركز الإجهادات في هذه المنطقة نتيجة وجود تقوس جذر السن . ومن الواضح أن تولد زاوية عدم محاذاة بمقدار (0.1 degree) يؤدي إلى زيادة (147 %) في قيمة الإجهاد ، أو أن معامل تركيز الإجهاد ( $K_{sc} = 2.47$ ) . يمكن توقع حدوث فشل في جذر السن بعد تجاوز إجهاد الشد إجهاد الخضوع (Yield stress). وكما هو مبين بالشكل (7) فإن الإجهاد الأساسي الأعلى قد تجاوز قيمة إجهاد الخضوع في الحالة الأخيرة لعدم المحاذاة. أما الشكل (8) فيوضح تغير قيمة الإجهاد المكافئ المحسوب حسب نظرية (Von mises) ، ومن الملاحظ من الشكل أن القيم تتزايد إلا أنها لاتصل قيمة إجهاد الخضوع.

**في منطقة التلامس:** يوضح الشكل (9) تزايد أكبر قيمة متولدة لإجهاد القص الأعلى في السن. ومن الواضح أن تولد زاوية عدم محاذاة بمقدار (0.1 degree) يؤدي إلى زيادة (154 %) في قيمة الإجهاد ، أو أن معامل تركيز

الإجهاد ( $K_{sc} = 2.54$ ). أما الشكل (10) فيوضح تغير أقل قيمة متولدة للإجهاد الأساسي الأدنى في السن ، التي تكون إجهاد ضغط. إذ يولد تسليط الحمل على السن الناتج عن التلامس إجهادات ضغط عالية ، تتزايد قيمها بشكل ملحوظ مع تزايد زاوية عدم المحاذاة. ومن الواضح أن تولد زاوية عدم محاذاة بمقدار (0.1 degree) يؤدي إلى زيادة (163 %) في قيمة الإجهاد ، أو أن معامل تركيز الإجهاد ( $K_{sc} = 2.63$ ). كما يوضح الشكل (11) تغير قيمة الإجهاد المكافئ المحسوب حسب نظرية (Von mises) في منطقة التلامس. ومن الجدير بالذكر أن قيم الإجهادات في منطقة التلامس هي قيم كبيرة نسبياً ، ويعود ذلك إلى أن تمثيل الحمل لم يكن واقعياً ، فقد تم تسليط قوى متركزة على العقد الواقعة على امتداد خط التلامس ، كما أن الحمل الذي تم تسليطه بعد إدخال تأثير الحمل الديناميكي هو حمل كبير نسبياً.

3. **منحنيات تغير الإجهاد الأساسي الأعلى على امتداد عرض السن:** يوضح الشكل (12) تغير توزيع الإجهاد الأساسي الأعلى ، الذي يكون إجهاد شد عند جذر السن على امتداد عرض السن ، وفي الشكل توضيح للخط الذي وجد توزيع الإجهاد عليه ، وقد تم إيجاد هذه المنحنيات لعدد من زوايا عدم المحاذاة التي تمت دراستها ، وباستعراض هذه المنحنيات بالتتابع وبحسب تزايد زاوية عدم المحاذاة يمكن ملاحظة تزايد قيم إجهادات الشد في جانب عرض السن الذي يتزايد انحصار التلامس فيه.

4. **رسومات المناسيب لتوزيع إجهاد القص الأعلى على مقطع وجهي في السن:** توضح الأشكال (f-a 13) تغير توزيع إجهاد القص الأعلى ، مع تغير زاوية عدم المحاذاة على المقطع الوجهي A الموضح في الشكل (14) ، الذي يقع على الجانب المنحصر فيه التلامس بتزايد زاوية عدم المحاذاة ، لذا وبتتابع الأشكال يمكن ملاحظة تزايد تركيز إجهاد القص الأعلى في مناطق التلامس وجذر السن ، مع تزايد زاوية عدم المحاذاة .

5. **منحنيات تزايد أكبر قيم للإزاحات:** يوضح الشكل (15) منحنيات تزايد أكبر قيم متولدة للإزاحات باتجاه الإحداثيات الثلاثة للسن . الموضحة في الشكل (2) . ، مع تغير زاوية عدم المحاذاة .

### الاستنتاجات:

بعد إجراء هذه الدراسة ومناقشة النتائج المستحصلة منها ، يمكن الخروج بالاستنتاجات الآتية:

1. فعالية البرنامج الذي تم تطويره في دراسة تغير توزيع الإجهادات مع تغير زاوية عدم المحاذاة.
2. تغير توزيع الإجهادات المتولدة في السن وتزايد قيمها مع تغير زاوية عدم المحاذاة. إذ يزداد تركيز الإجهادات في مناطق التلامس وجذر السن على جانبي الشد والضغط . وقد وجدت صيغ تحكم تغير قيم الإجهادات مع تغير زاوية عدم المحاذاة ، كما وجد أن تولد زاوية عدم محاذاة بمقدار (0.1degree) يؤدي إلى زيادة % 154 في قيمة الإجهاد الأساسي الأعلى عند جذر السن و % 163 في قيمة إجهاد القص الأعلى و % 147 في قيمة الإجهاد الأساسي الأدنى في منطقة التلامس.
3. ازدياد أكبر قيم للإزاحات المتولدة باتجاه الإحداثيات الثلاثة مع ازدياد زاوية عدم المحاذاة ، مما يدل على ازدياد تشوه السن .
4. ازدياد احتمالية فشل الترس عن طريق حدوث كسر في منطقة جذر السن مع ازدياد زاوية عدم المحاذاة ، إذ يؤدي تولد عدم المحاذاة إلى انحصار تسليط الحمل في جانب من سطح السن مما يؤدي إلى تركيز الإجهادات ، الذي قد يتسبب في حدوث الكسر .

### التوصيات:

يمكن تقديم التوصيات الآتية لغرض تقليل احتمالية فشل السن:

1. عمل محاذاة بصورة دورية في إطار عمل الصيانة الوقائية للوحدة التشغيلية لغرض تجنب تقادم مشكلة عدم المحاذاة ، ومن الضروري مراعاة الدقة وإتباع المواصفات القياسية عند عمل المحاذاة.
2. إبدال السبيكة المعدنية المستخدمة في صناعة الترس بسبيكة أخرى ، ذات إجهاد خضوع أعلى ، لجعل السن أكثر مقاومة للكسر ، وينصح باستخدام السبائك المعدنية الآتية [9]:

Alloy designation		Yield stress (N/mm <sup>2</sup> )
DIN	AISI	
1.5919 15CrNi6	3115	635
1.7220 34CrMo4	4135	665
1.5752 14NiCr14	3415	735
1.7225 42CrMo4	4140	765
1.8159 50CrV4	6150	785

## المصادر:

1. Wilcox L., and Coleman W., "Application of Finite Element to the Analysis of Gear Tooth Stresses ", Journal of Engineering for Industry, Vol. 95, No. 4, pp. 1139 –1148, 1973.
2. Chabert G., Dang Tran T., and Mathis R., "An Evaluation of Stresses and Deflection of Spur Gear Teeth Under Strain", Journal of Engineering for Industry, Vol. 96, No. 1, pp. 85 - 93, 1974.
3. Sayama T., Oda S., and Umeezawa K., " Root Stresses and Bending Fatigue Strength of Welded Structure Gears ", International Symposium on Gearing & Power Transmissions, Japan, Tokyo, 1981.
4. Ristivojevic M., "Development of the Theoretical Model for Determining the Stress Authoritative for Checking the Gear Tooth Volume Strength", Mechanical Engineering Series, Vol. 1, No. 9, pp. 1135-1145, 2002.
5. Smith I.M., and Griffithis D.V., "Programming the Finite Element Method", John Wiley & Sons, Inc., U.S.A, New York, 1998.
6. Pandya N.C., and Shah C.S., " Elements of Machine Design", Charotar Publishing House, India, 1986.
7. Niemann G., "Machine Elements", Allied Publishers Private, Ltd., India, New Delhi, 1980.
8. Maitra G.M., " Handbook of Gear Design ", Tata McGraw-Hill Company, India, NewDelhi, 1997.
9. Steel Manual, Vereinigte Edlestahl Werke (VEW), Austria, Vienna, 1986.

## الملحق (A)

## اختبار فعالية برنامج العنصر المحدد

## (Validity test of finite element program)

تم إجراء اختبار فعالية برنامج العنصر المحدد المستخدم في هذا البحث لغرض التحقق من دقته وكفاءته. ويتضمن هذا الاختبار تطبيق البرنامج على نموذج عتبة كابولية (Cantilever beam) وإعادة تنفيذه لعدد من الحالات بزيادة عدد التقسيمات ، ومن ثم مقارنة قيم أكبر إزاحة متولدة عند الطرف الحر مع القيمة الحقيقية التي يتم حسابها تحليلياً.

يوضح الشكل (16) نموذج العتبة الكابولية ، التي يمكن توضيح أبعادها وبياناتها على النحو الآتي:

$$E = 207 \text{ Gpa}$$

$$\nu = 0.3$$

$$\text{Length (L)} = 4 \text{ m}$$

$$\text{Width (b)} = 1 \text{ m}$$

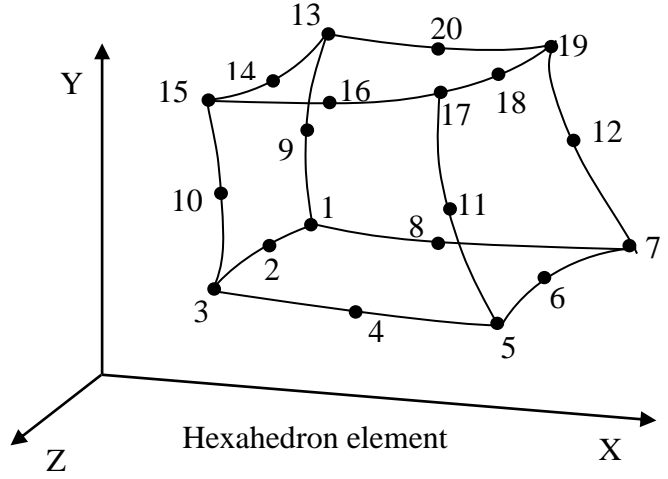
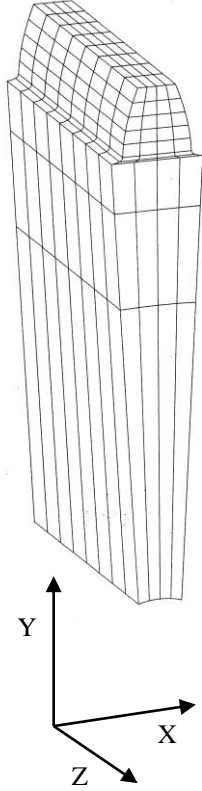
$$\text{Depth (h)} = 1 \text{ m}$$

يمكن حساب القيمة الحقيقية لأكبر إزاحة متولدة عند الطرف الحر للعتبة على النحو الآتي:

$$\delta_{\max} = \frac{F.L^3}{3.E.I} = \frac{4(F/b)L^3}{E.h^3} = \frac{4 \times 10^6 \times 4^3}{207 \times 10^9} = 0.0012367 \text{ m} = 1.2367 \text{ mm}$$

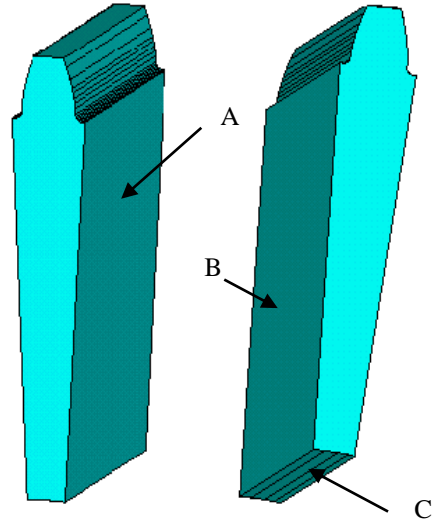
وبتنفيذ برنامج العنصر المحدد لعدد من التقسيمات ، يمكن ملاحظة تقارب قيم  $\delta_{\max}$  من قيمتها الحقيقية

وكما هو موضح بالشكل (17) ، مما يدل على فعالية البرنامج في التحليل.

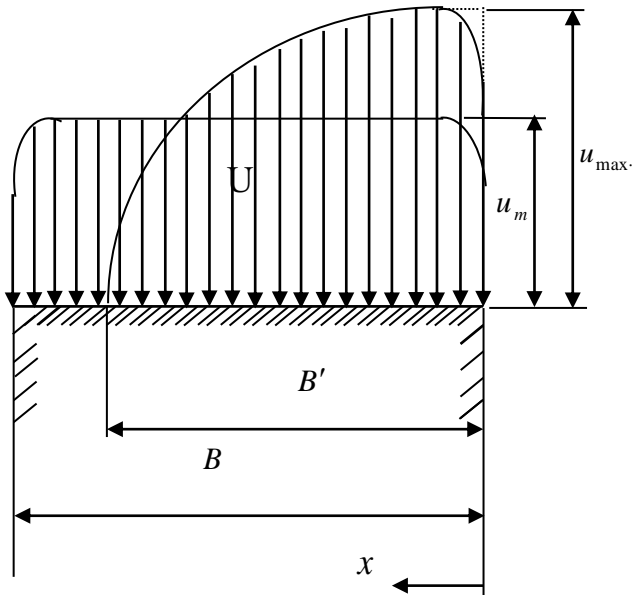


الشكل (1): عنصر ثلاثي الأبعاد سداسي الأوجه ذو عشرين

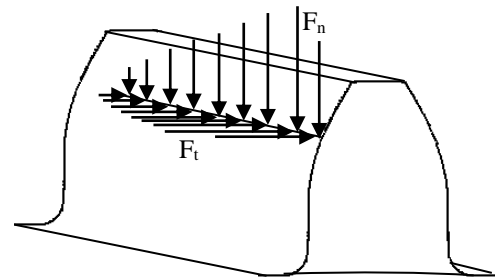
الشكل (2): تقسيمات النموذج الثلاثية الأبعاد مع تثبيت الإحداثيات على مركز عمود الدوران



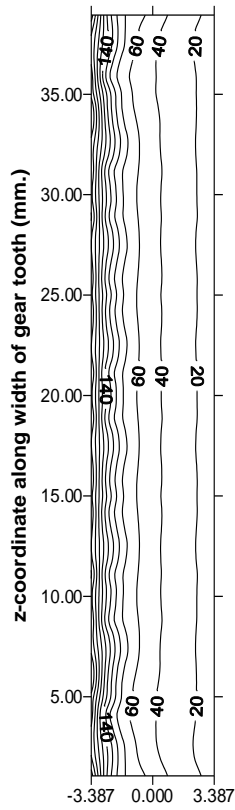
الشكل (3): جوانب النموذج التي تم تقييد درجات الحرية عندها



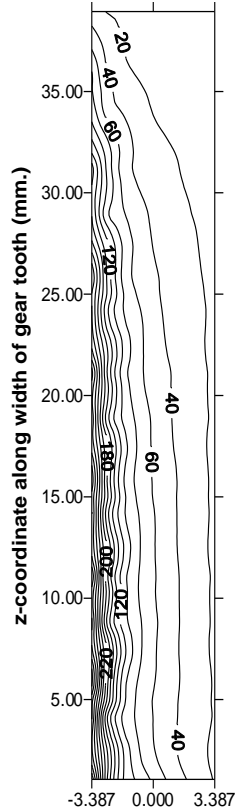
الشكل (4): توزيع الحمل في حالتي المحاذاة التامة وعدم المحاذاة



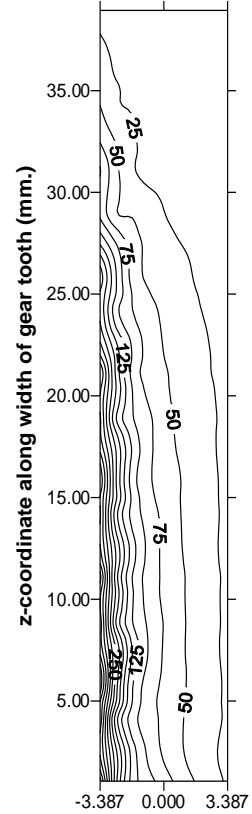
الشكل (5): مركبات القوى المكافئة



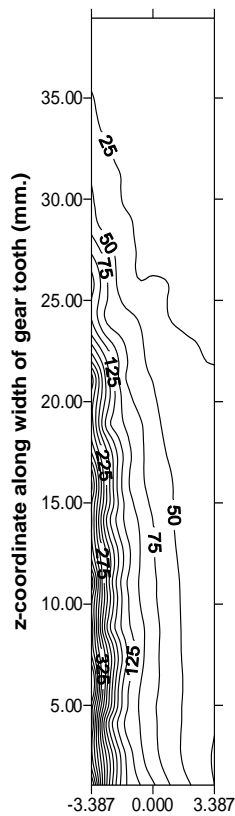
a: (case 1)  $\alpha = 0.000$  degree



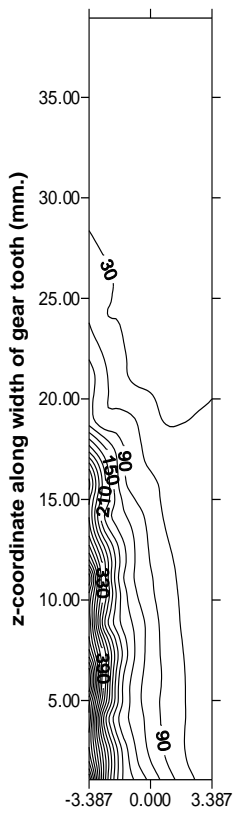
b: (case 2)  $\alpha = 0.02933$  degree



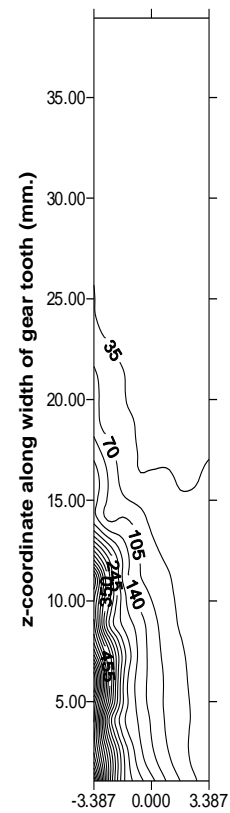
c: (case 3)  $\alpha = 0.03901$  degree



d: (case 4)  $\alpha = 0.05454$  degree

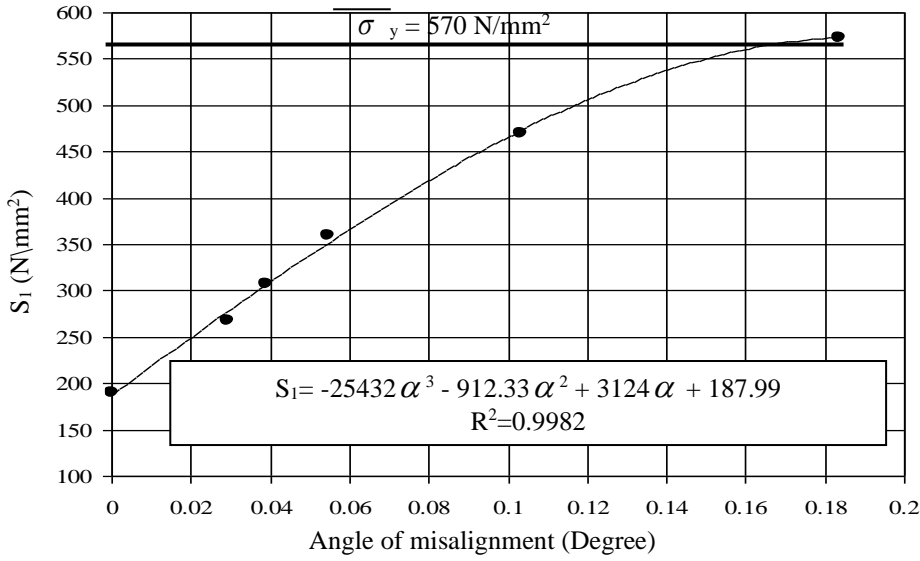


e: (case 5)  $\alpha = 0.10313$  degree

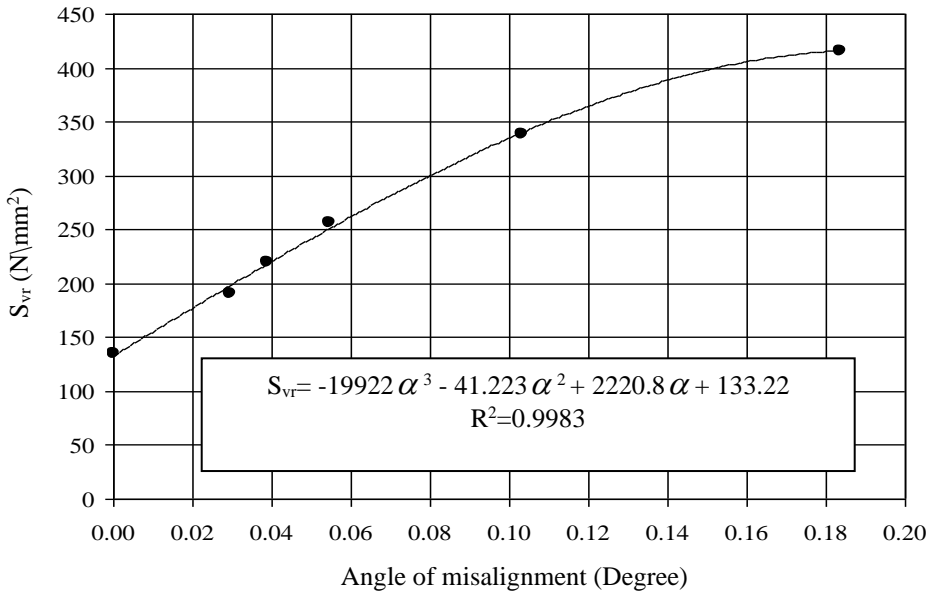


f: (case 6)  $\alpha = 0.18334$  degree

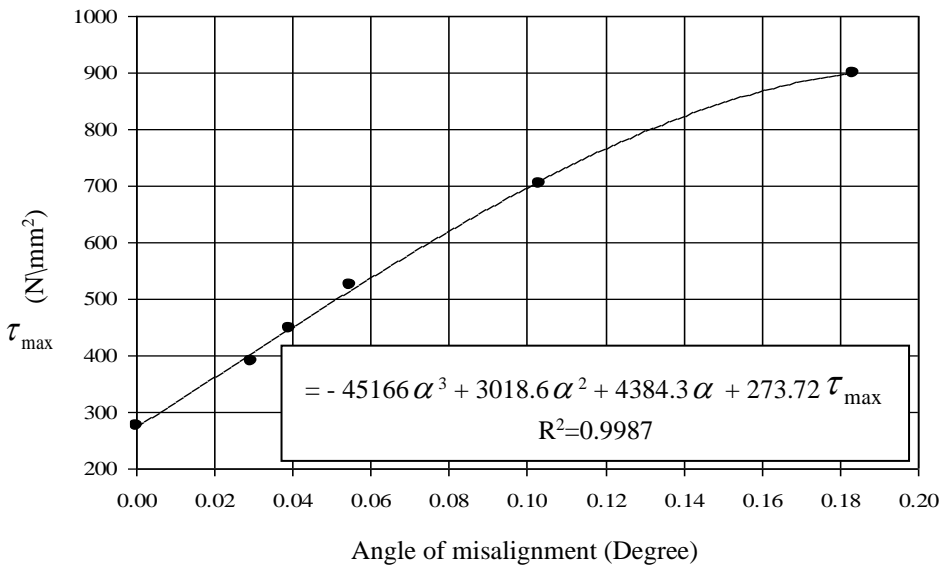
الشكل (6): تغير توزيع إجهاد القص الأعلى مع زاوية عدم المحاذاة ضمن المقطع الأفقي المار بمنطقة التلامس



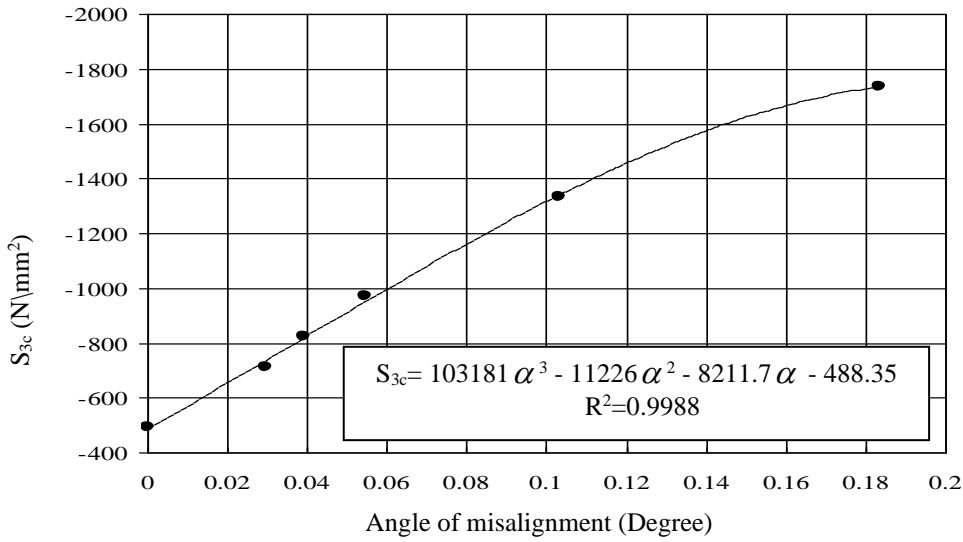
الشكل (7): تزايد أكبر قيمة متولدة للإجهاد الأساسي الأعلى  $S_1$  مع زاوية عدم المحاذاة



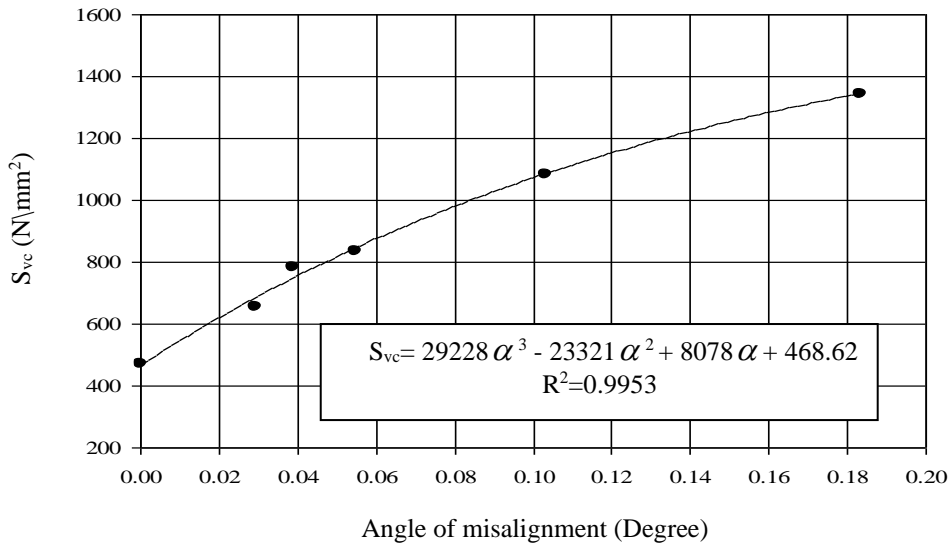
الشكل (8): تزايد قيمة الإجهاد المكافئ المحسوب حسب نظرية (Von mises) عند جذر السن على جانب الشد  $S_{vr}$  مع زاوية عدم المحاذاة



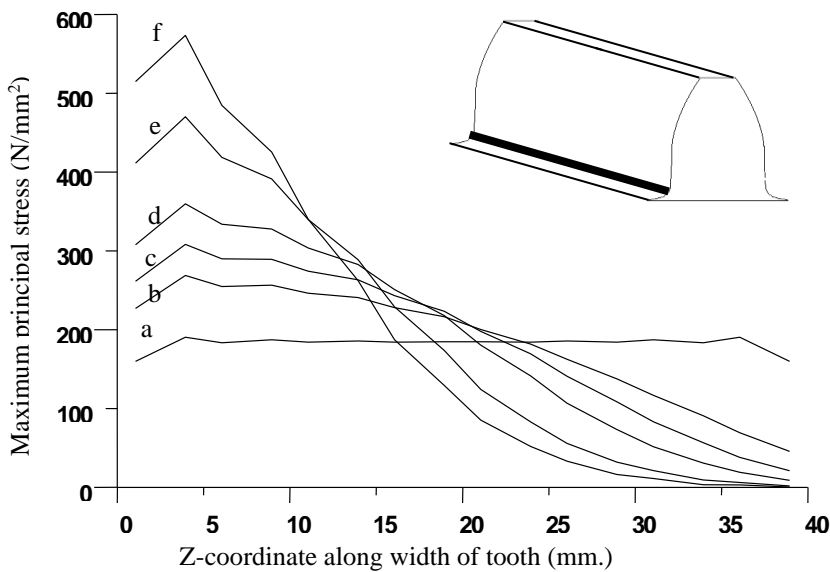
الشكل (9): تزايد أكبر قيمة متولدة لإجهاد القص الأعلى  $\tau_{max}$  مع زاوية عدم المحاذاة



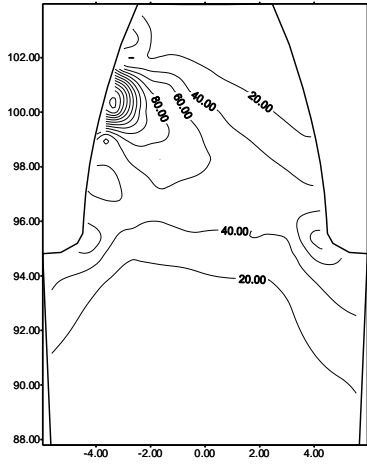
الشكل (10): تناقص أقل قيمة متولدة للإجهاد الأساسي الأدنى  $S_{3c}$  مع زاوية عدم المحاذاة



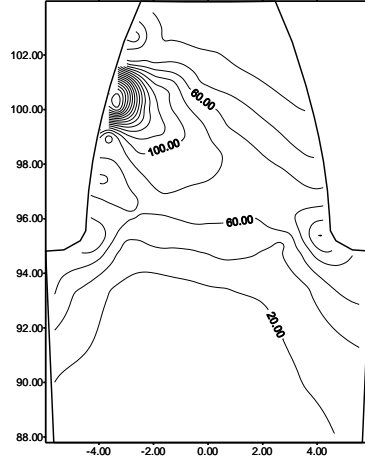
الشكل (11): تزايد قيمة الإجهاد المكافئ المحسوب حسب نظرية (Von mises) عند التلامس مع  $S_{vc}$  زاوية عدم المحاذاة



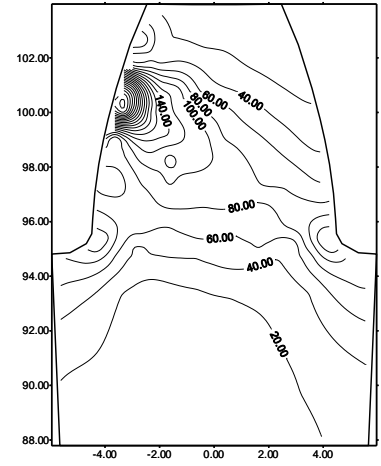
الشكل (12): تغير توزيع الإجهاد الأساسي الأعلى عند جذر السن على جانب الشد مع زاوية عدم المحاذاة



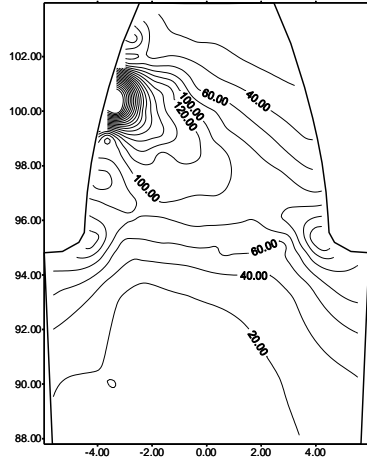
a:  $\alpha = 0.000$  degree



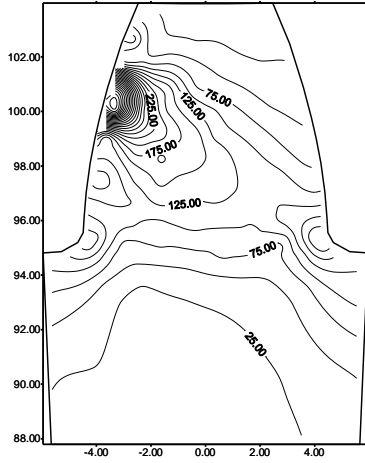
b:  $\alpha = 0.02933$  degree



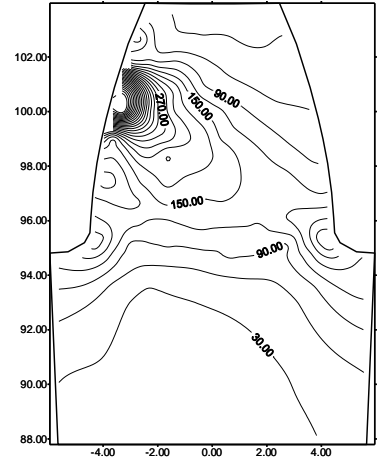
c:  $\alpha = 0.03901$  degree



d:  $\alpha = 0.05454$  degree

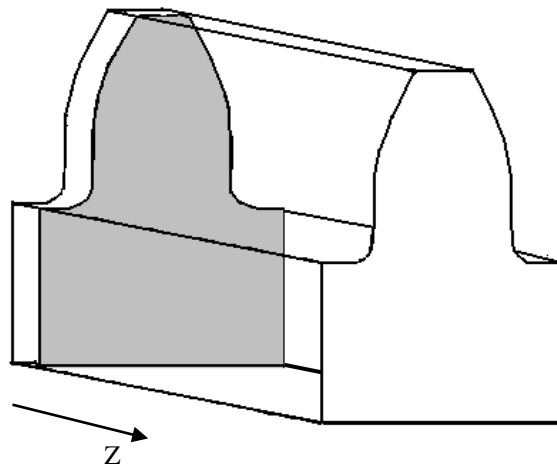


e:  $\alpha = 0.10313$  degree

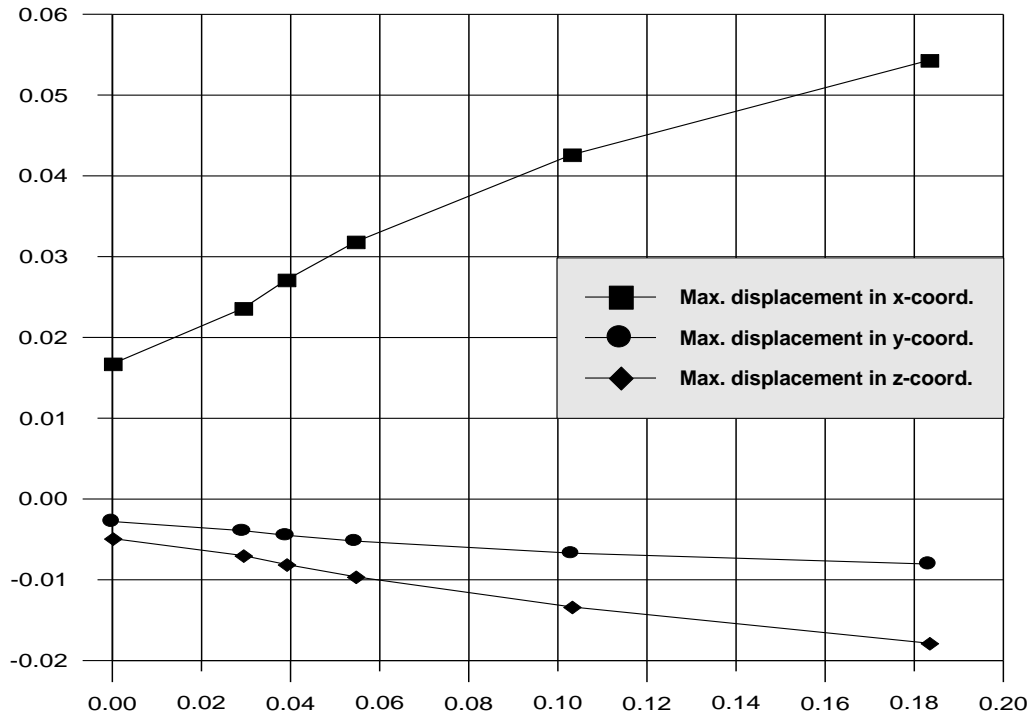


f:  $\alpha = 0.18334$  degree

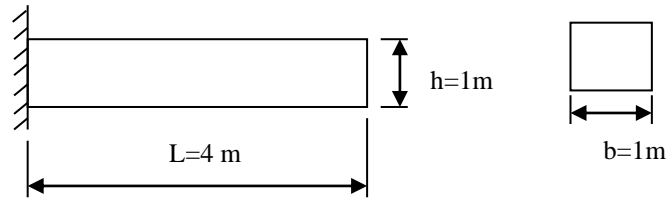
الشكل (13): تغير توزيع إجهاد القص الأعلى ضمن المقطع الوجهي A مع زاوية عدم المحاذاة



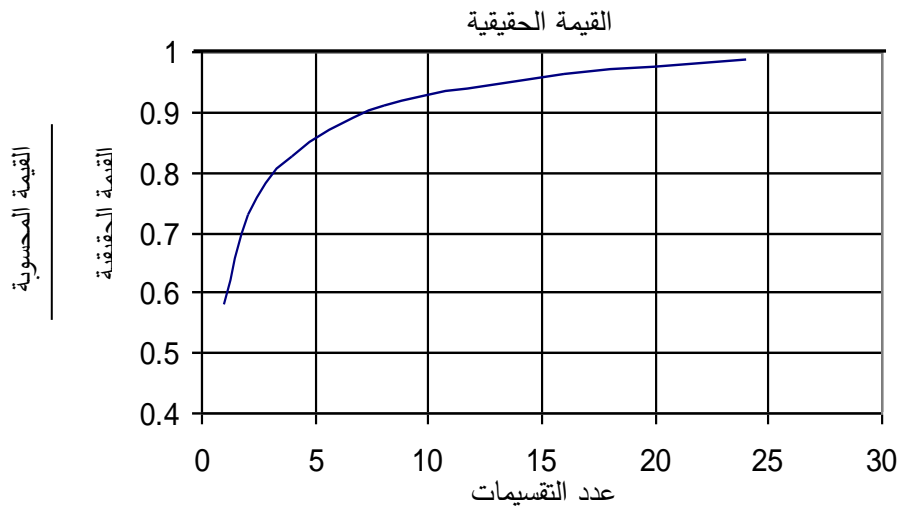
الشكل (14): المقطع الوجهي A (Z-coordinate = 6.05662 mm.)



الشكل (15): تزايد أكبر قيم متولدة للإزاحات باتجاه الإحداثيات الثلاثة



الشكل (16): نموذج العتبة الكابولية



الشكل (17): تقارب قيم أكبر إزاحة من القيمة الحقيقية لها.