أسلوب جديد لحل مشكلة شبكة العمل

NETWORK PROBLEM: A NEW APPOCH

أ.م. عواد كاظم شعلان ألخالدي / كلية الأدارة والأقتصاد / جامعة كربلاء

الخلاصة:
في هذا البحث؛ تم تنظيم أسلوب جديد لحل مشكلة شبكات العمل , يعطي قيم الوقت الأقرب لإنجاز النشاط T_1 , الوقت الأبعد المسموح به لإنجاز النشاط T_2 , الوقت المسموح به للتأخر في انجاز النشاط S , والمسار الحرج لإنجاز شبكة العمل الذي لا يُسمح فيه بأي تأخير لأي نشاط ويعتبر الخط الفاصل بين استمرار العمل بموجب الأوقات القياسية أم لا.

Summary:
In this paper; A new approach was developed to treat the network problem , in the sense of calculating the shortest time to perform the objective action T_1, the allowed largest time to perform the objective time T_2, the allowed idle time to perform the objective action S, and to determined the critical path of the performance of the net work whereas there does not exist any chance to delay the performance of any critical action.

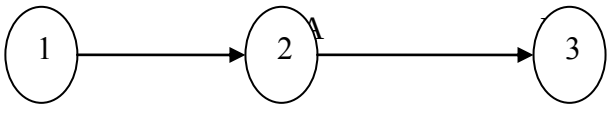
تقديم:

تعتبر شبكات العمل واحدة من مشاكل البرمجة الخطية التي تستخدم للسيطرة على الوقت الأمثل لإنجاز المشاريع الكبيرة في حالتي التأكد وعدم التأكد. وقد طورت بشكل كبير إبان الحرب العالمية الثانية في القرن العشرين. وقد وضع العلماء أسلوبين لحل مشكلة العمل هما أسلوب PERT وهو اختصار لعبارة Programs Evaluation and Review Technique وأسلوب CPM وهو اختصار لعبارة Critical Path Methods.يعتمد الأسلوبان لتحليل وتخطيط شبكات الأعمال الكبيرة من خلال خرائط تقدم الأعمال التي توضح مراحل تنفيذ المشاريع وجدولتها وتحليلها لتحقيق الرقابة التامة على استخدام الموارد المتوفرة لانجاز المشاريع وخاصة ما يتعلق منها بالمواد الأولية والأيدي العاملة بموجب التوقيت الزمني المحدد لكل نشاط من نشاطات الشبكة. كما تهتم شبكة العمل بأسبقيات تنفيذ الأنشطة والمناقلة بين المواد الأولية والمفاضلة بين هذه الأنشطة بما يحقق تعديلا وتسريعا لإنجاز العمل.

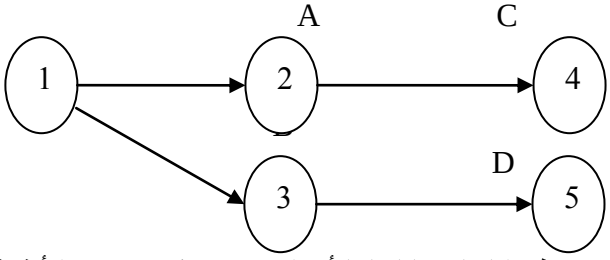
صياغة مشكلة شبكة العمل :

تتكون شبكات الأعمال من ثلاثة أجزاء رئيسة هي: النشاط والوقت اللازم لإنجاز النشاط والحدث . يشار إلى الحدث بدائرة صغيرة فيها رقم, وتشير إلى بداية نشاط (مجموعة أنشطة) أو انتهاء نشاط (مجموعة أنشطة). ويُمثَّل النشاط بسهم بدايته تقع في الدائرة التي تمثل بداية النشاط ونهايته تشير إلى الدائرة التي تمثل انتهاء النشاط. ويوضع الزمن اللازم لانجاز النشاط على السهم. لكل نشاط اتجاه يشير إلى بداية ونهاية النشاط. إما الأنشطة التي ليس لها اتجاه فهي إما أنشطة وهمية أو منفصلة عن الشبكة.

يقال للنشاط B بأنه يعتمد على النشاط A إذا كان انجاز النشاط B يستلزم انجاز النشاط A مثل؛



ويقال للنشاط D بأنه مستقل عن النشاط C إذا كان انجاز أي منهما لا يستلزم انجاز النشاط الآخر مثل؛



تتكون شبكة العمل من مجموعة الأنشطة التي ترتبط بداياتها ونهاياتها بالأحداث بحيث تكون جميع الأنشطة متسلسلة (السابق ثم اللاحق) ويهدف حل شبكة العمل إلى حساب الوقت الأقرب لانجاز النشاط T_1 والوقت المسموح به الأبعد لانجاز النشاط T_2

والوقت المسموح به للتأخر في انجاز النشاط S وتحديد المسار الحرج , يلي ذلك تحليل الحساسية لشبكة العمل . يهتم هذا البحث بتقديم أسلوب جديد لحل شبكة العمل وليس تحليل حساسية الحل لشبكة العمل.

الأسلوب الجديد لحل مشكلة شبكة العمل :

افرض إن لدينا مشكلة عمل تحتوي n من الأحداث. يمكن وضع الأنشطة في هذه الشبكة على شكل مصفوفة مربعة من الرتبة $n \times n$. بوضع الوقت اللازم للنشاط بين الحدث i والحدث j في الخلية (i, j) ,حيث $i < j$ ومنها نحصل على مصفوفة مثلثية فوق القطرية Upper triangular فيها عناصر القطر فارغة (الجدول 1).

أولا : حساب الوقت المبكر لإنجاز النشاط T_1

1 – نضع $T_1=0$ في الخلية (1,1) .

2 - في كل مرحلة من الحل, نجمع القيمة الموجودة في الصف k الواقعة تحت القطر مع كل قيمة واقعة في الصف k الواقعة فوق القطر, وتكتب النتائج في العمود k تحت القطر وحسب التسلسل. بعد n-1 من العمليات نحصل على قيم T_1 لكل حدث ويمثل الوقت المبكر الأقرب للوصول إلى الحدث (لإنجاز كل نشاط).
(ملاحظة 1: نبدأ بالصف الأول فالصف الثاني, وهكذا بالتسلسل).

(ملاحظة 2: الخلية الفارغة في الصف يقابلها خلية فارغة في العمود).
3 - نحذف اصغر القيم في أي صف تحت القطر وتبقى اكبر قيمة في الصف. نعود إلى النقطة 2.

ثانيا : حساب الوقت المتأخر لإنجاز النشاط T_2
1 - نضع اكبر قيمة لـ T_1 في الخلية $n \times n$ لتمثل T_2 عند انتهاء العمل في الشبكة.

2 - تُطرح القيم الواقعة في العمود k (فوق القطر) من قيمة الخلية القطرية $k \times k$ ونضع النتيجة في الخلية المقابلة لها في القطر . فإذا وجدت في الخلية القطرية (i, i) قيمتين تحذف الأكبر. بعد n-1 من العمليات نحصل على قيم T_2 في خلايا القطر .

(ملاحظة 3 : نبدأ من العمود n).
(ملاحظة 4: إذا كانت الخلية في الصف i في العمود k فارغة لا تتغير قيمة الخلية (i, i)).

ثالثا : حساب الوقت المسموح به للتأخر في البدء بالنشاط S
نطرح القيمة المتبقية في الصف k تحت القطر من القيمة الواقعة في الخلية $k \times k$ القطرية نحصل على قيمة S عند كل الحدث k (وضعت S في العمود n+1 في الجدول 1).

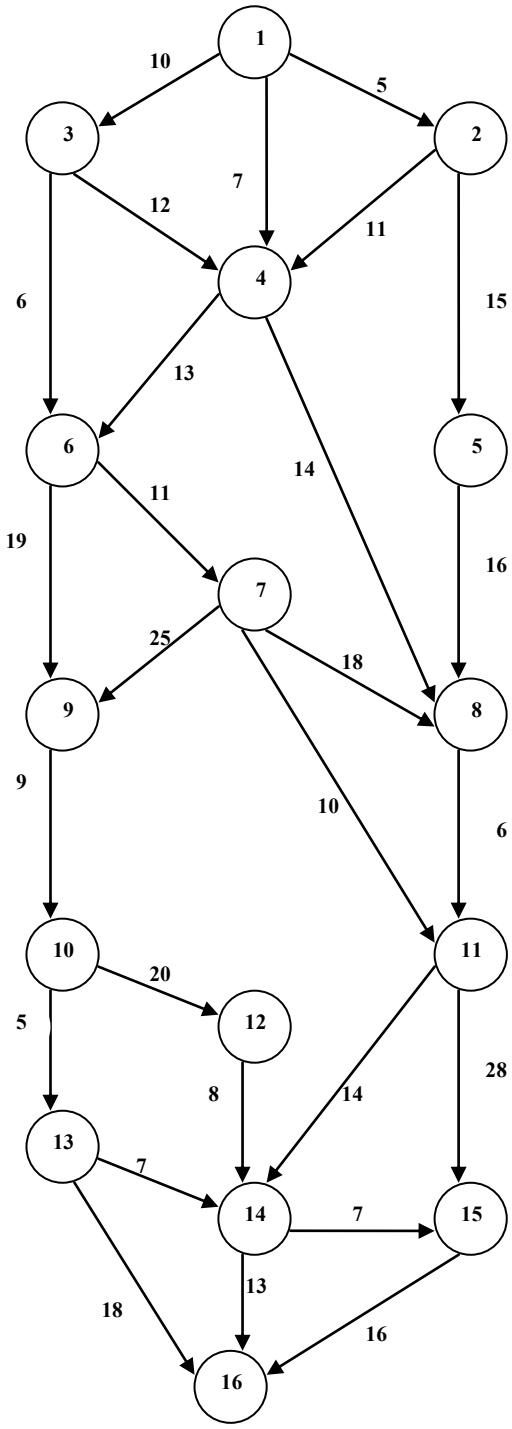
رابعا: المسار الحرج
بعد تحديد قيم T_1 و T_2 وS , يتم تحديد النقاط التي يمر بها المسار الحرج كما يلي:

1 - إذا كان $T_1(i, j) \le T_1(i+r, j)$ نشطب $T_1(i, j)$.

2 - إذا كان $T_1(i, j) \ge T_1(i+r, j+l)$ نشطب $T_1(i+r, j+l)$.
حيث؛ $r = 1,2,..., j-1, \quad l = 1,2,... \quad i = 2,3,..., n-1, \quad j = 1,2,3,..., n$

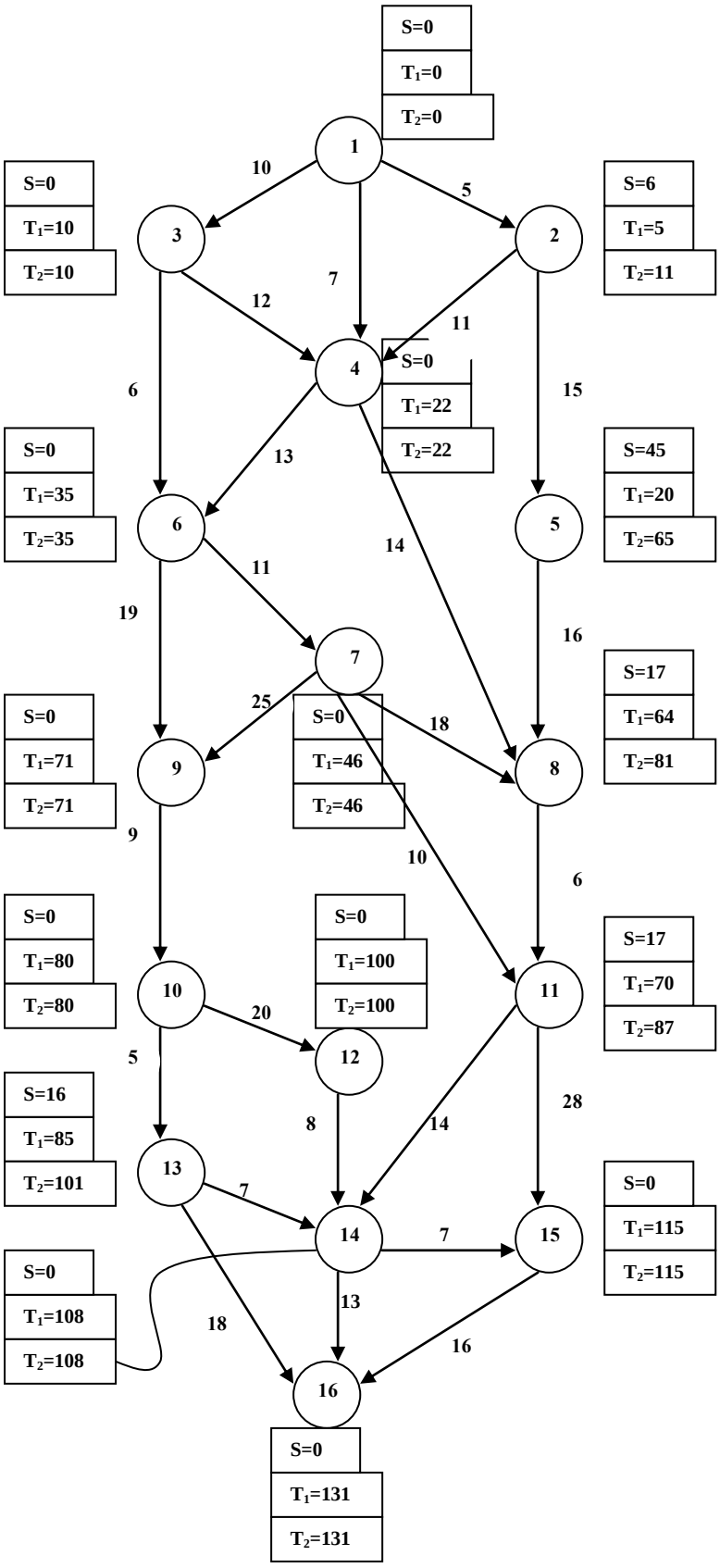
القيم المتبقية تشير إلى الأحداث (النقاط) التي يمر بها المسار الحرج.
(ملاحظة 5: إذا تساوت قيمتان أو أكثر وكانت اكبر القيم فان ذلك يعني وجود أكثر من مسار حرج ووجود أكثر من حل امثل).
مثال تطبيقي:

جد الحل الأمثل لشبكة العمل التالية باستخدام طريقة المسار الحرج CPM والأسلوب الجديد .



الحل: باستخدام طريقة المسار الحرج CPM .
نكتفي هنا بإدراج قيم T_1 و T_2 وS على أصل الشبكة دون التطرق إلى خطوات الحل لكونها معروفة. ومنها يظهر أن المسار الحرج لشبكة العمل هو؛

1 – 3 – 4 – 6 – 7 – 9 – 10 – 12 – 14 – 15 – 16



الحل: باستخدام الأسلوب الجديد

أولا: حساب T_1

أ – نكون مصفوفة من الرتبة $n \times n$ يضاف إليها عمود لقيم S.
ب – نضع $T_1=0$ في الخلية (1,1).
ت – نجمع كل قيمة في الصف 1 (فوق القطر) مع القيمة في الخلية (1,1) نحصل على العمود 1.
ث - نجمع كل قيمة في الصف 2 (فوق القطر) مع القيمة 5 في الخلية (2,1) نحصل على العمود 2. نشطب القيمة 7 الواقعة في الصف 4 لأنها الأصغر تبقى القيمة 16.
ج - نجمع كل قيمة في الصف 3 (فوق القطر) مع القيمة 10 في الخلية (3,1) نحصل على العمود 3. نشطب القيمة 16 الواقعة في الصف 4 لأنها الأصغر تبقى القيمة 22.
ح - نجمع كل قيمة في الصف 4 (فوق القطر) مع القيمة 22 في الخلية (4,3) نحصل على العمود 4. نشطب القيمة 16 الواقعة في الصف 6 لأنها الأصغر تبقى القيمة 35.
خ - نجمع كل قيمة في الصف 5 (فوق القطر) مع القيمة 20 في الخلية (5,2) نحصل على العمود 5. نشطب احد القيمتين 36 و36.
د - نجمع كل قيمة في الصف 6 (فوق القطر) مع القيمة 35 في الخلية (6,4) نحصل على العمود 6.
ذ - نجمع كل قيمة في الصف 7 (فوق القطر) مع القيمة 46 في الخلية (7,6) نحصل على العمود 7. نشطب القيمة 36 الواقعة في الصف 8 لأنها الأصغر تبقى القيمة 64. ونشطب القيمة 54 الواقعة في الصف 9 لأنها الأصغر تبقى القيمة 71.
ر - نجمع كل قيمة في الصف 8 (فوق القطر) مع القيمة 64 في الخلية (8,7) نحصل على العمود 8. نشطب القيمة 56 الواقعة في الصف 11 لأنها الأصغر تبقى القيمة 70.
س - نجمع كل قيمة في الصف 9 (فوق القطر) مع القيمة 71 في الخلية (9,7) نحصل على العمود 9.
ش - نجمع كل قيمة في الصف 10 (فوق القطر) مع القيمة 80 في الخلية (10,9) نحصل على العمود 10.
ص - نجمع كل قيمة في الصف 11 (فوق القطر) مع القيمة 70 في الخلية (11,8) نحصل على العمود 11.
ض - نجمع كل قيمة في الصف 12 (فوق القطر) مع القيمة 100 في الخلية (12,10) نحصل على العمود 12. نشطب القيمة 84 الواقعة في الصف 14 لأنها الأصغر تبقى القيمة 108.
ع - نجمع كل قيمة في الصف 13 (فوق القطر) مع القيمة 93 في الخلية (13,10) نحصل على العمود 13. نشطب القيمة 100 الواقعة في الصف 14 لأنها الأصغر تبقى القيمة 108.
غ - نجمع كل قيمة في الصف 14 (فوق القطر) مع القيمة 108 في الخلية (14,12) نحصل على العمود 14. نشطب القيمة 98 الواقعة في الصف 15 لأنها الأصغر تبقى القيمة 115.
ف - نجمع كل قيمة في الصف 15 (فوق القطر) مع القيمة 115 في الخلية (15,14) نحصل على العمود 15. نشطب القيمتين 101 و 121 الواقعة في الصف 16 لأنهما الأصغر تبقى القيمة 131.
ونحصل على قيمة T_1 عند كل حدث.

ثانيا: حساب T_2
أ – نضع القيمة 131 في الخلية (16×16) لتمثل T_2 عند آخر حدث.
ب – نطرح قيم العمود 16 من القيمة 131 الواقعة في الخلية القطرية (16×16) ونضع كل نتيجة في الخلية القطرية المقابلة لها.
ت - – نطرح قيم العمود 15 من القيمة 115 الواقعة في الخلية القطرية (15×15) ونضع كل نتيجة في الخلية القطرية المقابلة لها. فإذا كانت القيمة الموجودة سابقا في الخلية القطرية اقل من النتيجة الحالية تبقى قيمة الخلية كما هي.
نكرر هذه العمليات إلى أن نصل إلى الخلية (2×2) نحصل بذلك على قيم T_2 عند كل حدث.

ثالثا : حساب الوقت المسموح به للتأخر في البدء بالنشاط S
نطرح القيمة المتبقية في الصف i من القيمة في الخلية القطرية (i,i) نحصل على قيمة S عند كل حدث.

رابعا: المسار الحرج
نشطب القيم الواقعة تحت القطر في الأعمدة 1, 7, 10 لوجود أكثر من قيمة فيها, وتبقى اكبر القيم تشير إلى الأحداث (النقاط) التي يمر بها المسار الحرج. وحيث إن T_1 المرتبطة بالحدث 5 تقع في الصف 5 في العمود 2 في حين تقع T_1 المرتبطة بالحدث 4 في الصف 4 في العمود 3 فان الحدث 5 لا يظهر في المسار الحرج, كذلك فإن T_1 المرتبطة بالحدث 11 تقع في الصف 11 في العمود 8 في حين تقع T_1 المرتبطة بالحدث 10 في الصف 10 في العمود 9 فان الحدث 11 لا يظهر في المسار الحرج أيضا.وعليه فان المسار الحرج يمر بالأحداث التالية (الجدول 1).

1 – 3 – 4 – 6 – 7 – 9 – 10 – 12 – 14 – 15 – 16

الجدول 1: قيم الانشطة و قيم T_1, T_2, S لشبكة العمل في المثال التطبيقي

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	s
1	0	5	10	7													0
2	~~5~~	11		11	15												6
3	10		10	12		6											0
4	~~7~~	~~16~~	22	22		13		14									0
5		~~20~~			65			16									43
6			~~16~~	35		35	11		19								0
7						46	46	18	25		10						0
8				~~36~~	~~36~~		~~64~~	81			6						17
9						~~54~~	71		71	9							0
10									80	80		20	13				0
11							~~56~~	~~70~~			87			14	28		17
12										100		100		8			0
13										~~93~~			101	7		18	8
14											~~84~~	108	~~100~~	108	7	13	0
15											~~98~~			115	115	16	0
16													~~101~~	~~121~~	131	131	0

تم شطب القيم (بخط مفرد) في الخلايا $(2,1),(8,7),(13,10)$ لأن $T_1(i,j) \le T_1(i+r,j)$ لإبقاء اكبر قيمة في العمود. كما تم شطب القيم (بخط مزدوج) في الخلايا $(5,2),(11,8)$ لأن $T_1(i,j) \ge T_1(i+r,j+l)$ وتعني إن الوقت اللازم للإنتهاء من العمل حتى الحدث i اكبر من الوقت اللازم للإنتهاء من العمل حتى الحدث الذي يليه i+r بصورة مباشرة أو غير مباشرة.

من كل ذلك يتضح سهولة هذا الأسلوب ودقته في الوصول إلى نفس النتائج وإمكانية الحصول على النتائج بالعمل خارج إطار الشبكة وان كل العمليات الحسابية ستكون ظاهرة على ورقة التحليل, وسهولة تحويله إلى برامج تطبيقية باستخدام الحاسبات الاليكترونية.

الاستنتاجات:

1 – يؤدي هذا الأسلوب إلى الحصول على نفس النتائج التي تنتج عن استخدام الأسلوبين السابقين.
2 – الأسلوب الجديد يحول المشكلة إلى مصفوفة فوق القطرية يسهل التعامل معها وكتابة البرامجيات اللازمة لتنفيذها باستخدام الحاسوب.
3 – يستخدم هذا الأسلوب عمليتي الجمع والطرح والحذف لانجاز الحل بشكله المطلوب.

المصادر:

1 – بخايا, ماجد عبد الله, ورسام, فاروق, بحوث العمليات,بغداد 2000.
2 - جزاع, عبد ذياب, بحوث العمليات, بغداد 1985
3 - شمخي, عدنان و سلمان, ضوية, مقدمة في بحوث العمليات, مطبعة بيت الحكمة,بغداد, .1988
4 - صباح الدين بقة جي وآخرون, بحوث العمليات, المركز العربي للتعريب والترجمة, دمشق, 1998.
5 - محمد, احمد وحسون, سعد ومحمد, أنور جعفر, بحوث العمليات, مطبعة الأكاديمية, بغداد, 1994.
6 – BRONSON R., OPERATION RESEARCH, SCHAUM OUTLINE SERIES, McGraw-HILL, 1983
7 – HAMDY A. TAHA, OPERATION RESEARCH, AN INTRODUCTION, JHON WIELY & SONS/5TH EDIT. /1988.