

## دراسة توزيع أجهادات الترابط بين الخرسانة وفولاذ التسليح باستخدام طريقة العناصر المحددة

Dr. Mehdi Ali Jawad Albayyati  
Engineering College/ Basrah University

د. مهدي علي جواد البياتي  
كلية الهندسة/ جامعة البصرة

في هذا البحث تم دراسة توزيع أجهادات الترابط بين الخرسانة وفولاذ التسليح عبر عنصر تداخل غير مادي، يسمح بتوليد الأجهادات المناسبة لعتبة خرسانية مسلحة وتعمل بصورة تزايدية من الصفر حتى الفشل من خلال برنامج ( جواد ) وهو برنامج لا يحطي لتمثيل سلوكية الخرسانة العادية والمسلحة عبر تمثيل حقيقي للتشققات باستخدام طريقة العناصر المحددة. تم توضيح اشتقاق مصفوفة الصلابة لعنصر التداخل وكيفية المعالجة لحل عنصر التداخل يستخدم للتحليل اللاخطي ورسم منطقات توضح توزيع أجهادات الترابط على طول امتداد فولاذ التسليح قبل وبعد ظهور التشققات ولقيم أحمال مختلفة.

## Study of bond stresses distribution between steel reinforcement and concrete using finite element method

Dr. Mehdi Ali Jawad Albayyati  
Engineering College/ Basrah University

In this investigation, the bond stresses between the reinforcement and concrete was studied through using non-material interface elements which are able to produce the bond stresses for the reinforced concrete beam gradually loaded from zero till failure. Depending on ( Jawad ) program which is a non-linear analysis program of plain and reinforced concrete beam through discrete-crack approach by using finite element method. The stiffness matrix derivation of interface element and the way of non-linear treatment was explained. The distribution of bond stresses drawings along the steel reinforcement for different values of loading were achieved before and after cracking.

### 1-مقدمه

[2]. اما الأسلوب الآخر وهو التعامل مع عنصر التداخل على انه عنصر غير مادي و عبارة عن طبقة ذات سمك تماثلي صفر تسمح بانتقال الأجهادات بين وجهي عنصر التداخل وقد استخدم هذا الأسلوب من قبل [3] Goodman et al. و [4] Fernandez. الأسلوب المستخدم لمعالجة عنصر التداخل في هذا البحث هو الأسلوب الثاني.

يوجد هناك أسلوبان للتعامل مع عناصر التداخل، الأسلوب الأول هو التعامل معه كعنصر مادي، له حجم وسمك ويستخدم بصورة عاديه كأى عنصر من العناصر المحددة التقليدية الثنائية أو الحجميه و قد استخدم هذا الأسلوب من قبل مجموعه من الباحثين تذكر منهم [1] Zienkiewicz et al. و Desai et al.

$$u_s(\xi) = [N_1 \ 0 \ N_2 \ 0] \begin{Bmatrix} u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix} = N_s(\xi) r_s \quad \text{---(5)}$$

بتعويض العلاقة (3) و (5) في العلاقة (1)، الانزلاق النسبي يكون:-

$$s(\xi) = [N_{1c} \ 0 \ N_{2c} \ 0 \ -N_{1s} \ 0 \ -N_{2s} \ 0] \begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \\ u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix} \quad \text{---(6)}$$

أو بصوره مختصره

$$s(\xi) = N_c(\xi) r_c + N_s(\xi) r_s \quad \text{---(7)}$$

حيث

$$\left. \begin{aligned} N_1 = N_{1c} = N_{1s} = \frac{1-\xi}{2} \\ N_2 = N_{2c} = N_{2s} = \frac{1+\xi}{2} \end{aligned} \right\} \quad \text{---(8)}$$

الحركة النسبية العمودية لأي نقطة داخل عنصر التداخل تكون بصوره مشابه لما سبق ترتبط بالإزاحات العقدية من خلال:-

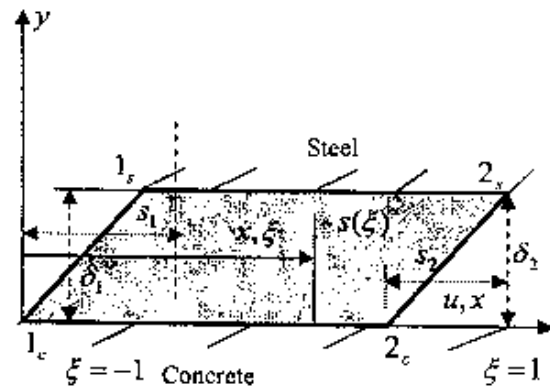
$$\delta(\xi) = v_c(\xi) - v_s(\xi) \quad \text{---(9)}$$

$$\delta(\xi) = [0 \ N_1 \ 0 \ N_2 \ 0 \ -N_1 \ 0 \ -N_2] \begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \\ u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix} \quad \text{---(10)}$$

ان علاقة الانزلاق النسبي والحركة العمودية داخل عنصر التداخل مع الإزاحات العقدية عند نظام ثنائي المحاور تصبح:-

## 2- تشكيل مصفوفة الصلابة

عنصر التداخل المستخدم هو عنصر خطي غير مادي ذو سمك صفر مؤلف من أربع عقد كل عقدتين تقعان في وجه أحد النظامين الإنشائيين المراد ربطهما كما موضح في الشكل (1).



الشكل (1) عنصر التداخل

الانزلاق النسبي لوجهي عنصر الربط لأي نقطة داخل العنصر هي:-

$$s(\xi) = u_c(\xi) - u_s(\xi) \quad \text{---(1)}$$

ان الإزاحة الأفقية داخل عنصر التداخل الموازية لمحور العنصر عند الوجهين يمكن ربطهما مع الإزاحات العقدية للعنصر (nodal displacements) معبرين بأن هناك تغير خطي للإزاحات، بالنسبة لوجه النظام الإنشائي الأول الخرسانة فإن:-

$$u_c(\xi) = \sum_{i=1}^2 N_i(\xi) u_{ic} \quad \text{---(2)}$$

أو على هيئة مصفوفة

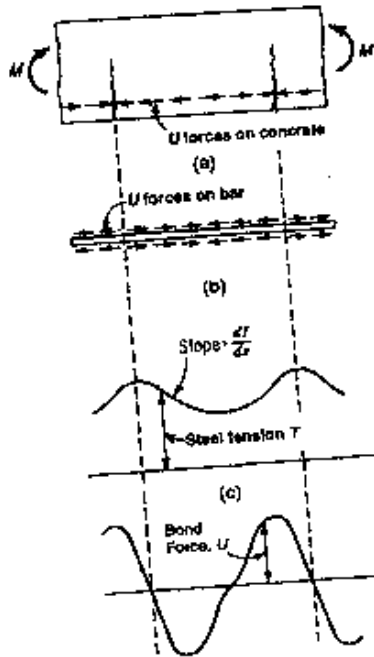
$$u_c(\xi) = [N_1 \ 0 \ N_2 \ 0] \begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \end{Bmatrix} = N_c(\xi) r_c \quad \text{---(3)}$$

وبصوره متناظرة للوجه الإنشائي الثاني فولاذ التسليح:-

$$u_s(\xi) = \sum_{i=1}^2 N_i(\xi) u_{is} \quad \text{---(4)}$$

و على هيئة مصفوفة

الشكل (2-ع)، ومن الواضح ان اجهاد الترابط يتناسب مع نسبة تغير القوة في قضيب التسليح [5]. تكون اجهادات الترابط ذات مقادير عالية عندما يكون ميل منحني اجهادات فولاذ التسليح اكبر ما يمكن، وتساوي صفر عندما يكون الميل صفراً. سجلت اجهادات ترابط عالية موقعية بجوار الشقوق بحيث لا يمكن تجنب حدوث فشل التزلاق نسبي بين الخرسانة والتسليح بجوار كل شق [6].



الشكل (2) تغير الاجهادات في فولاذ التسليح والترابط [5]

ان حساب مصفوفة الصلابة المناسبة  $K_T$  يحتاج إلى دراسة خاصة لمصفوفة الصلابة  $D$  لعنصر التداخل أو علاقة الاجهاد - الحركة النسبية بين وجهي عنصر التداخل للمحاور ثنائية الأبعاد

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma \\ \Delta\tau \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\delta \\ \Delta s \end{Bmatrix} \quad (14)$$

حيث:-

$$D_{11} = \frac{d\sigma}{d\delta} \quad \text{- مركبة الصلابة العمودية}$$

$$D_{22} = \frac{d\tau}{ds} \quad \text{- مركبة الصلابة المماسية (القصية)}$$

$D_{12}, D_{21}$  - مركبة الصلابة المزدوجة و تساوي صفر وذلك للحفاظ على التناظر في مصفوفة الصلابة.

$$\begin{Bmatrix} s(\xi) \\ \delta(\xi) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & -N_1 & 0 & -N_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_{1c} \\ v_{1c} \\ u_{2c} \\ v_{2c} \\ u_{1s} \\ v_{1s} \\ u_{2s} \\ v_{2s} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} s(\xi) \\ \delta(\xi) \end{Bmatrix} = Bx \quad (11)$$

من خلال معرفة مصفوفة  $B$  يمكن تشكيل مصفوفة الصلابة المناسبة:-

$$K_T = \int_0^l B^T D_T B \left( \sum_{j=1}^m n_j \Omega_j \right) dx$$

$$= \left( \sum_{j=1}^m n_j \Omega_j \right) \int_{-1}^{+1} B^T D_T B \frac{l}{2} d\xi \quad (12)$$

حيث:-

$n_j$  - عدد قضبان التسليح للمجموعة  $j$ .

$\Omega_j$  - محيط قضيب التسليح للمجموعة  $j$ .

$m$  - عدد مجاميع قضبان التسليح.

$l$  - طول عنصر التداخل.

$D_T$  - مصفوفة الصلابة المناسبة.

و باستخدام التكامل العددي فإن العلاقة (12) تصبح:-

$$K_T = \left( \sum_{j=1}^m n_j \Omega_j \right) \sum_{i=1}^{n_p} B_i^T D_{T_i} B_i \frac{l}{2} w_i \quad (13)$$

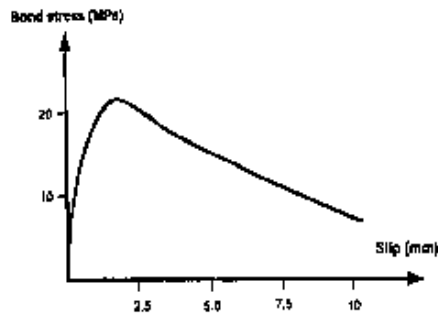
حيث:-

$n_p$  - عدد نقاط تكامل جاوس.

$w_i$  - الوزن التكاملي للنقطة  $i$ .

### 3- مصفوفة التشكيل (الصلابة) $D$

ان توزيع اجهادات التداخل على طول امتداد قضبان التسليح هي عملية معقدة. الشكل (2) يوضح جزء فقط من عينة حرسانية مسلحة تتعرض الى عزم صافى. ان الخرسانة تقبل لمقاومة اي اجهادات شد عند الشق ويكون الاجهاد في قضبان التسليح الصفى قيمة. يقوم عنصر التداخل بين الشقوق بنقل اجهادات الشد من فولاذ التسليح الى الخرسانة المحيطة مما يؤدي الى تقليل قوة الشد في فولاذ التسليح كما موضح في



الشكل (3) توزيع اجتهادات الربط مقابل الانزلاق النسبي [7].

في هذا البحث تم استخدام علاقة لا خطية تربط أجتهادات الترابط المناسبة مع الانزلاق النسبي  $\tau = f(s)$  كما موضح بالشكل (4) ومن خلال العلاقة التالية [4]:

$$\tau = \tau_{\max} \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k-2)\eta} \quad s \leq s_c$$

$$\tau = \tau_{\max} \quad s_c < s \leq s_u \quad \text{---(15)}$$

$$\tau = 0, \quad s > s_u$$

حيث:-

$$\eta = \frac{s}{s_c}$$

$$\tau_{\max} = 115 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi < 8 \text{ mm}$$

$$\tau_{\max} = 130 - 1.9\phi \quad 8 \text{ mm} \leq \phi \leq 32 \text{ mm}$$

$$69 \leq \tau_{\max} \leq 115 \text{ kg/cm}^2$$

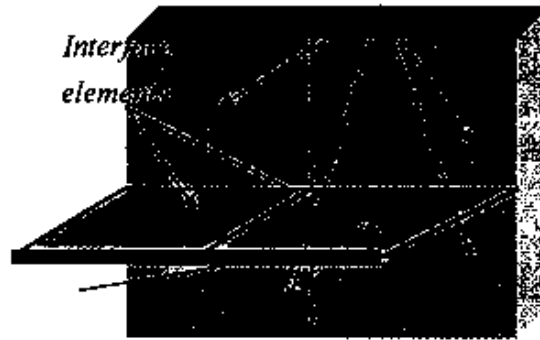
$$\tau_{\max} = 69 \text{ kg/cm}^2 \quad \phi > 32 \text{ mm}$$

$s_c$ :- الانزلاق الذي يعود إلى  $\tau_{\max}$  ،  $s$ :- الانزلاق و  $\tau$ :- أجتهاد الترابط.

$$k = \frac{k_o}{\tau_{\max}} s_c$$

$k_o$ :- المماس الايتنائي، وكما موضح بالشكل (4).

تستخدم طريقة العناصر المحددة لتمثيل الخرسانة المسلحة وهناك أسلوبان لتمثيلها، الأول التشققات الموزعة Distributed cracks approach (Smearred approach) حيث يفرض أن هناك ترابط تام بين فولاذ التسليح والخرسانة المحيطة ولا يمكن استخدام عنصر التداخل لأنه كل من الحركة النسبية الأفقية والعمودية مقبولة. أما الأسلوب الثاني التشقق الحقيقي Discrete cracks approach حيث يفرض وجود ترابط غير تام بين فولاذ التسليح والخرسانة والضروري كي تظهر التشققات على مسافات معينة وإذا فرض بأن الترابط تام أي وضع صلابة كبيرة بانحاد فولاذ التسليح عند عنصر التداخل فإن المسافة بين التشققات ستكون ثابتة و بحجم عنصر الخرسانة المستخدم مهما صغر حجم هذا العنصر. الشكل (2) يوضح فولاذ التسليح والخرسانة المحيطة. ان تشكيل



الشكل (2) يوضح ارتباط الخرسانة وفولاذ التسليح من خلال عناصر الترابط.

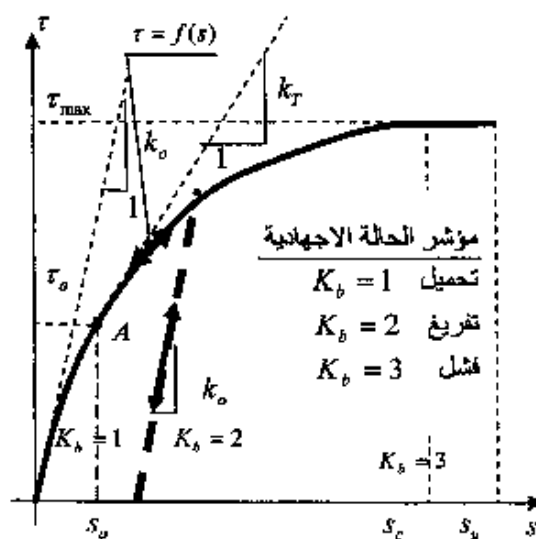
مصنوفة الصلابة تحتاج إلى معرفة معاملات المصفوفة  $D$  والتي تربط بين الأجتهادات والحركات النسبية الأفقية و العمودية وعليه يجب معرفة طبيعة الأجتهادات في عنصر الترابط، ومن حسن الحظ أن هناك الكثير من الأبحاث المختبرية التي تناولت هذا الموضوع. ان الشكل (3) يوضح منحنى اجتهادات الترابط مقابل الانزلاق النسبي لتضيب تسليح عمل بصورة تدريجية ويفشل بالسحب [7].



المعلومات الخاصة بهذا العنصر في هذه النقاط، رغم أنه لا يحتاج إلى ثلاث نقاط تكاملية للحصول على دقة الحل الرياضي المطلوب، ولكن فضلنا استخدام تلك النقاط أو أكثر رغم ما يسببه من حسابات إضافية لتكون تغير الأجهادات سريع جدا ضمن نفس عنصر الترابط لذلك نحتاج إلى نقاط كثيرة لنضمن تتبع تغير الأجهادات. أما الحل الآخر هو استخدام عناصر أصغر وبالتالي إلى شبكة دقيقة من العناصر المحددة ونحتاج إلى جهد حسابي إضافي لذلك فضلنا الحل الأول وهو الاحتفاظ بشبكة ذات حجم معقول للعناصر المحددة مع استخدام نقاط تكامل حواس متعددة أكثر من العدد اللازم للحل الرياضي.

#### 4- التطبيقات

تم استخدام برنامج ( حواد ) وهو برنامج خاص بمعد هذه الورقة البحثية وهو عبارة عن تمثيل حقيقي للخرسانة العادية والمسلحة باستخدام طريقة العناصر المحددة وأخذ بمظهر الاعتبار جميع العوامل المؤثرة على السلوكية اللاخطية للخرسانة المسلحة كالتشققات وكيفية قتلها وفعل التداخل الحصى ( Aggregate interlock ) وفعل العمار (Dowel action) وبالطبع عنصر الترابط الذي نتكلم بخصوصه [8] و [9]. تم استخدام العينة المسلحة المختبرة من قبل Ramakrishnam and Ananthanarayana [10]. ان الشكل (5) يوضح المواصفات الهندسية لتلك العينة حيث تم استخدام 72 عنصر حرساني و 8 عنصر فولاد تسليح وكذلك 8 عنصر تداخل ومسلحة  $1\phi 10mm$  ويوضح العينة حيث تم رسم نصفها عند محور التناظر، تم تحميلها بقوتين مركبتين زائدتين من الصفر حتى الفشل. رسمت أجهادات الترابط على طول امتداد فولاذ التسليح وعلى نفس مخطط التشققات عند نهاية استقرار العينة أي أنه جميع التشققات قد استقرت عند نهاية قيمة هذا الحمل. تم التعامل مع الخرسانة قبل التشققات كمادة متساوية الخواص في جميع الجهات، بينما في الواقع فإن خواصها متفردة وبالغة التعقيد، لذا فإنه لا يحدث تطابق في مخطط التشققات لأي برنامج مع واقع أي تجربة مختبرية، وعلى ضوء ذلك يمكن مقارنة السلوكية العامة لأجهادات الترابط مع المشاهدات المختبرية.



الشكل (4) علاقة اجهاد الترابط-الانزلاق النسبي بين فولاد التسليح والخرسانة المحيطة به.

في حالة حصول تقريغ (عدم تحميل)، فإن مخطط الإجهاد-الانزلاق يتبع مسارا موازيا إلى المماس للمنحنى عند نقطة الأصل وكما موضح بالشكل (4) وتم استخدام عتبة سيلان (اجهاد ثابت مع زيادة بالانزلاق) لاجهاد الترابط للانزلاقات النسبية الواقعة بين  $s_0 - s_c$ . ان العلاقة التزايدية للإجهاد-الحركة النسبية لوجهي عنصر التداخل هي:

$$\Delta\tau = k_7 \Delta s \quad (16)$$

حيث:-

$\Delta s$  :- تزايد الحركة النسبية.

$\Delta\tau$  :- تزايد اجهاد الترابط.

$k_7$  :- المماس للمنحنى عند النقطة  $(s_0, \tau_0)$  كما في الشكل أعلاه.

قيمة  $k_7$  تحصل عليها من تقاضل العلاقة (15)

$$D_{22} = k_7 = \frac{d\tau}{ds} = \frac{k - 2\eta - (k - 2)\eta^2}{(1 + (k - 2)\eta)^2} \quad (17)$$

$D_{11}$  :- تؤخذ عادة قيمة صلابة كبيرة أي تقريبا لا

يوجد حركة عمودية نسبية و هي مهمة جدا هنا حيث توفر عامل تثبيت للأساور (stirrups) والتي عادة تكون عمودية على فولاذ التسليح الرئيسي الطولي. تم أخذ ثلاث نقاط تكامل حواس لعنصر التداخل حيث تخزن جميع

ان الشكّل (6) يوضح أجهادات الترابط قبل حدوث أية تشققات عند الحمل  $P=1.5t$  ونلاحظ قيم الأجهادات قليلة كون الأحمال المسطحة قليلة.

ان الشكّل (7) يوضح ظهور أول التشققات عند نهاية الحمل  $P=2t$ ، شق عند المنتصف وآخر إلى يمين مستوى الحمل في الجهة السفلية من العتبة وقد استغرا عند مستوى فولاذ التسليح، نلاحظ إن قيم الأجهادات قليلة كون مقدار الحمل قليل ولان التشققات لم تتجاوز مستوى فولاذ التسليح.

ان الشكّل (8) يوضح التشققات عند الحمل  $P=2.5t$  ونلاحظ بأن الشقين السابقين قد امتدا إلى الأعلى فسوى مستوى فولاذ التسليح وهنا بدأت ملامح شكل الأجهادات تتغير وخاصة بين الشقين ويحل ذلك، عند الشق جميع قوة الشد تتحملها فولاذ التسليح بعد الشق يمينا أو يسارا يبدأ تأثير أجهاد الترابط حيث تنقل براسطه القوى والأجهادات إلى الخرسانة المحيطة بفولاذ التسليح وتشارك في تحمل الأجهادات مع فولاذ التسليح وتعاونان مع بعض لذلك تنحدر قيمة قوة الشد في فولاذ التسليح بعد الشق وتزداد أجهادات الشد في الخرسانة كلما ابتعدنا عن الشق وتبلغ المقدار الأكبر عندما يكون إجهاد الترابط مساويا إلى الصفر أو يتغير آخر عندما تبدل إشارة إجهاد الترابط من الموجب إلى السالب أو بالعكس. تكون  $\sigma =$  أجهادات الترابط عند حافة الشق أكبر ما يمكن.

ان الشكّل (9) يوضح أجهادات الترابط والتشققات عند الحمل  $P=3t$  حيث نلاحظ إن الشقين السابقين تطورا وكذلك ظهر شق جديد إلى اليسار من الحمل المسط عند الحافة السفلية من العتبة ووصل إلى مستوى فولاذ التسليح. نلاحظ زيادة قيمة أجهادات الترابط بصورة واضحة وخاصة عند حافة الشقوق، حيث الأجهادات تتقل بسرعة من فولاذ التسليح إلى الخرسانة المحيطة بواسطة عنصر التساخر وتصل إلى أعلى قيمة عند حافة الشق.

ان الشكّل (10) يوضح أجهادات الترابط والتشققات عند الحمل  $P=3.5t$  حيث تطور الشق الأخير إلى ما فوق فولاذ التسليح وبدا شكل مخطط أجهاد الترابط بالنم إلى شكل موجات وخاصة بين الشقوق وقد ارتفعت قيم أجهاد الترابط إلى ما فوق  $100 \text{ kg/cm}^2$  عند منتصف العتبة حيث إن

أجهادات فولاذ التسليح تكون أكبر مما يمكن وبدأت أجهادات الترابط تصل إلى قيمها القصوى عند هذا الموقع.

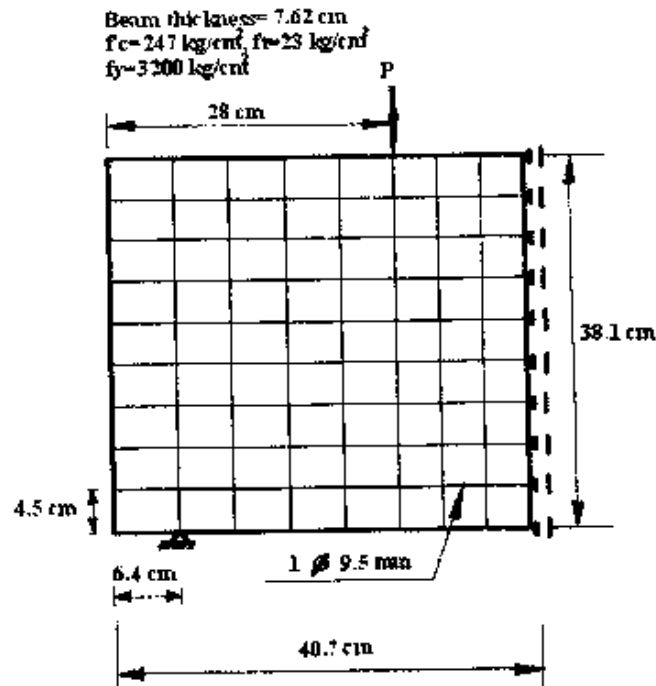
ان الشكّل (11) يوضح الأجهادات والتشققات عند الحمل  $P=4t$  حيث تطورت كل من الشقوق وأجهادات الترابط ووصلت تقريبا إلى القيم القصوى لها وبدأ مخطط أجهاد الترابط يأخذ شكل موجة كاملة بين كني شقين متالين.

ان الشكّل (12) يوضح الحمل عند  $P=4.5t$  نفس التسلسل السابق ولكن قيم أجهادات الترابط وصلت إلى القيم القصوى مباشرة قبل وبعد الشق وبدأت حدوث مناطق فشل محلية (local failures) أي أنزلاقات بين فولاذ التسليح والخرسانة مباشرة بعد وقبل الشق. في برنامج (جواد) تم استخدام عتبة سيلان بعد بلوغ الإجهاد الأعظمي كما موضح في الشكّل (4) ولو تم استخدام منحني اختداري بعد بلوغ الإجهاد الأعظمي لحدث فشل عند نقطة جاوز الخاصة بعنصر الترابط المحاور للشق وحسوت عدم استقرار في البرنامج، لذا تم استخدام عتبة السيلان لتجنب حدوث ذلك.

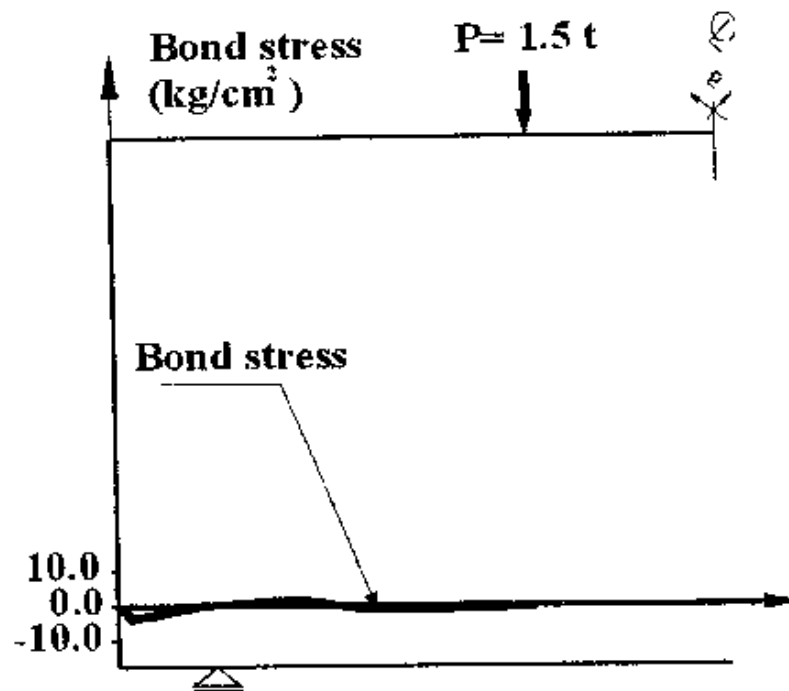
ان الشكّل (13) يوضح التشققات وإجهاد الترابط عند الحمل  $P=5t$  وهي نفس التسلسل السابق وتختلف فقط بان قمة مخطط أجهاد الترابط بدأت تأخذ شكلا مستويا أي مخطط الإجهاد دخل مرحلة اللدونة حيث لو استمر التحمل لأخذ الشكّل الموضح (14) ولكن العتبة فشلت بالانحناء أي وصول التسليح عند منتصف العتبة وعند الحمل  $P=5t$  إلى مرحلة الخضوع وفقدنا اتزان العتبة.

5- الاستنتاجات

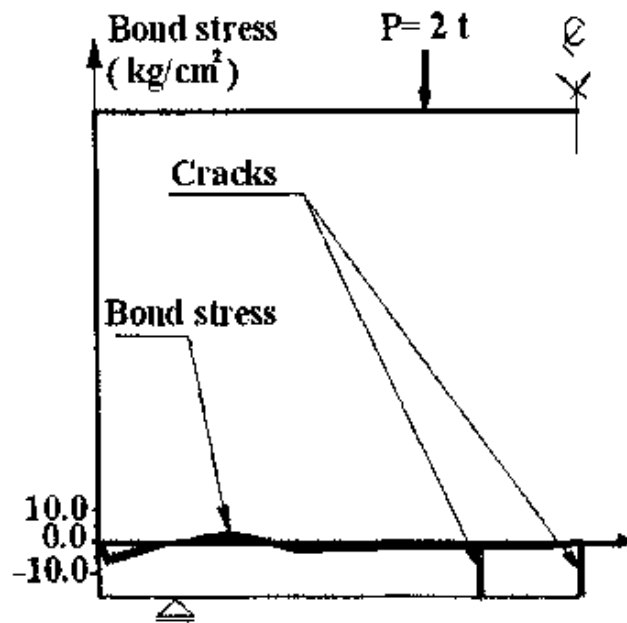
ان برنامج (جواد) المستخدم أثبت إمكاناته في تمثيل الخرسانة المسلحة واستخدامه لعنصر الترابط الموضح في هذا البحث ونجاح هذا العنصر في تمثيل حقيقة وطبيعة الأجهادات بين الخرسانة وفولاذ التسليح على طول امتداد العتبة المسلحة وأثبت مدى تأثير قيم هذه الأجهادات بظهور التشققات حيث ترتفع إلى القيم القصوى وخاصة عند حافة التشقق بل يؤدي إلى حدوث فشل في مناطق محلية أي حدوث أنزلاقات نسبية عند المناطق المحاور إلى التشقق. وقد درست تطور أجهادات الترابط بين الخرسانة وفولاذ التسليح لمختلف قيم التحميل من الصفر إلى حدوث الفشل في العتبة وقد كانت هذه السلوكيات مطابقة للملاحظات المختبرية.



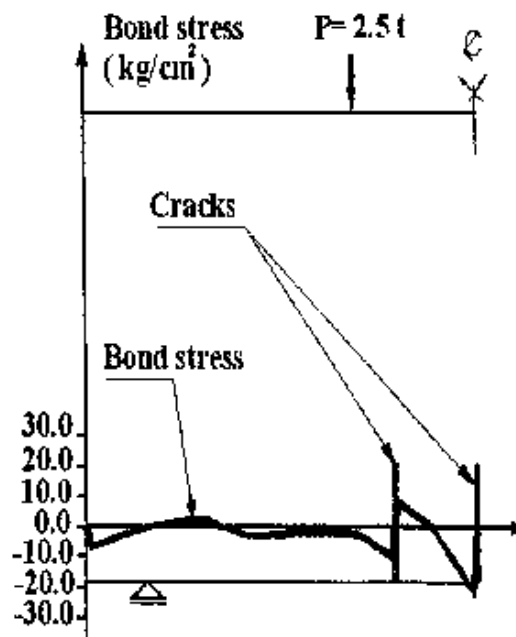
الشكل (5) العينة المختبرة من قبل Ramakrishnam and Ananthanarayana



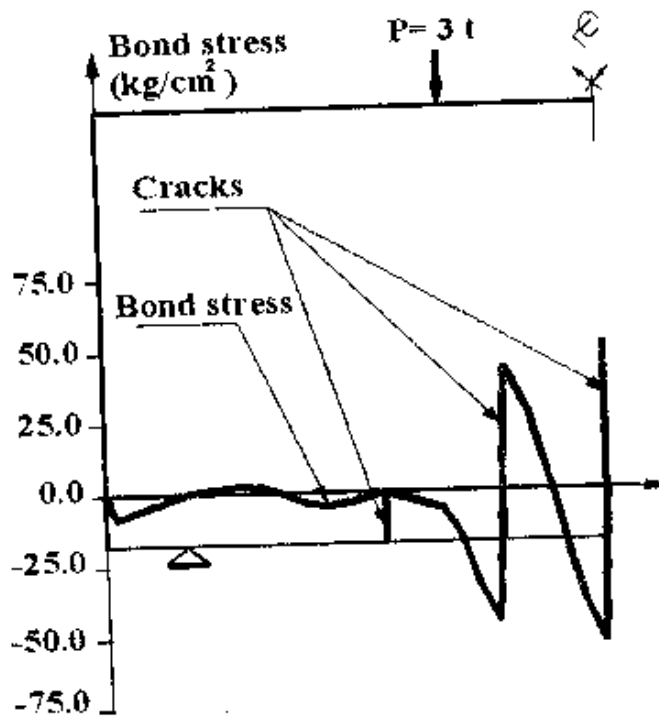
الشكل (6) اجتهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرماتة عند الحمل  $P = 1.5 \text{ t}$



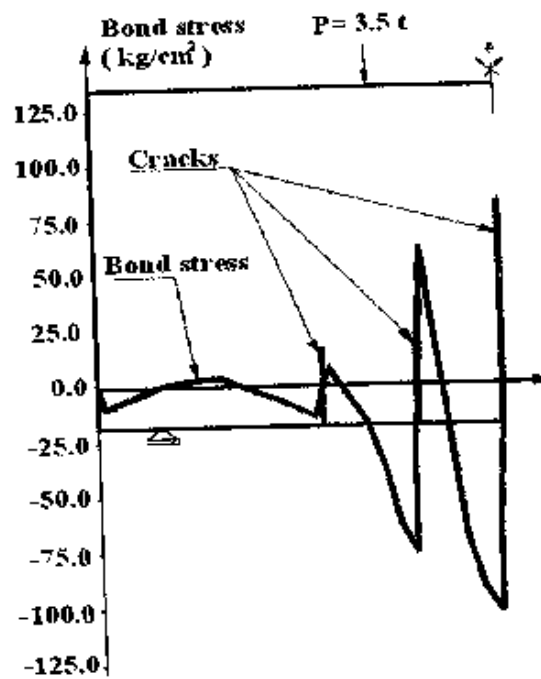
الشكل (7) اجتهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرسانة عند الحمل  $P = 2.0 \text{ t}$



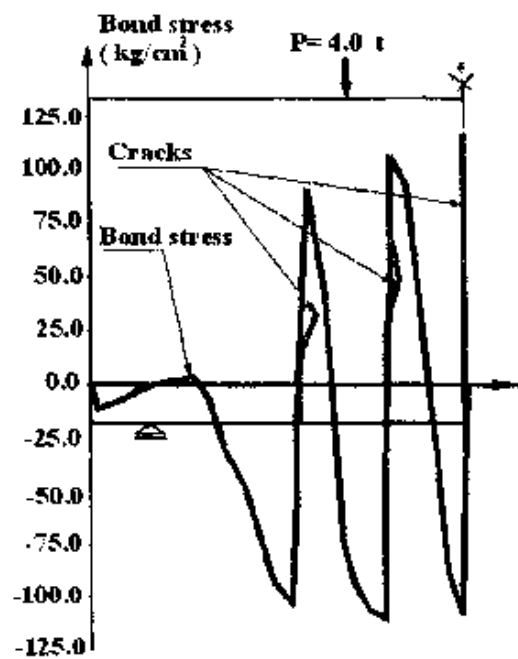
الشكل (8) اجتهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرسانة عند الحمل  $P = 2.5 \text{ t}$



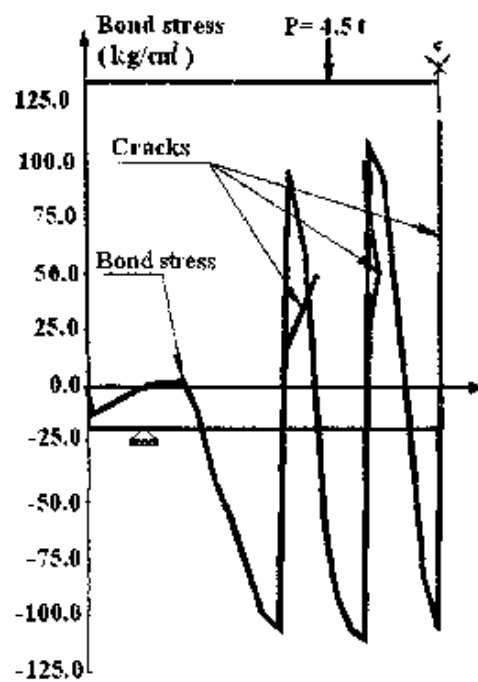
الشكل (9) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرساة عند الحمل  $P = 3.0 \text{ t}$



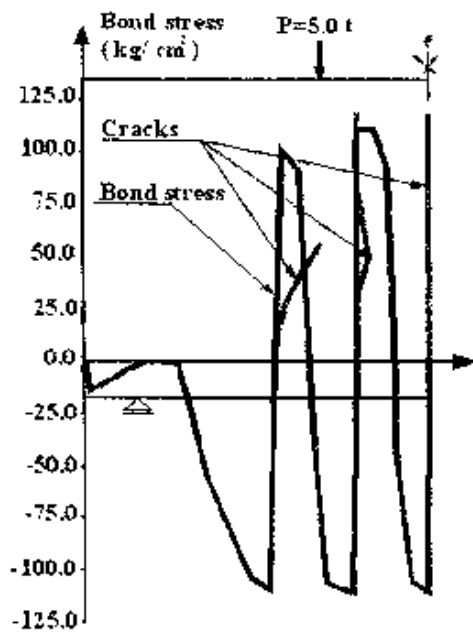
الشكل (10) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرساة عند الحمل  $P = 3.5 \text{ t}$



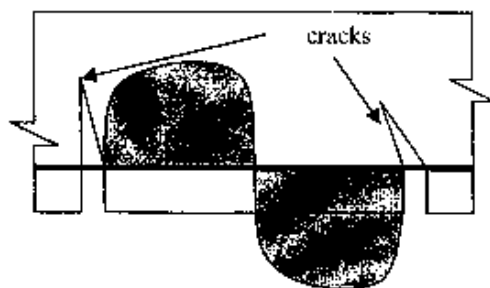
الشكل (11) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرسانة عند الحمل  $P = 4.0 \text{ t}$



الشكل (12) اجهادات الترابط بين فولاذ التسليح والحرسانة عند الحمل  $P = 4.5 \text{ t}$



الشكل (13) اجهادات الترابط بين فولاد التسليح والحرسانة عند الحمل  $P = 5.0 t$



الشكل (14) اجهادات الترابط عند مرحلة المدونة

[8] M.A.Jawad, P.F.Miguel and M.A. Fernandez,' Analytical Model of Plain and Reinforced Concrete by Finite Element Method Using Discrete-Crack Approach', in the V Arab Conference on Structural Engineering, Tripoli 27-30 Nov. 1993.

[9] P.F.miguel, M.A. Jawad and M.A. Fernandez,' A Discrete-Crack Model Analysis of Concrete Structure', In the Second International Conference on Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structure SCI-C, Zell am See, 4-6 April 1990 Austria.

[10] V. Ramakrishnam and Y. Ananthanarayana,' Ultimate strength of deep beam in shear', ACI J., Vol. 65, no. 7, pp. 87-98, 1968.

## References

## المراجع

[1] C. Zienkiewicz et al., ' Analysis of nonlinear problems with particular reference to jointed rock systems', Proc. 2<sup>nd</sup> Intl. Conf. Society of Rock Mech., Belgrade, Vol. 3, 1970, pp. 501-509.

[2] C. S. Desai et al.,' Thin-layer element for interfaces and joints', Intl. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 8, pp.19-43, 1984.

[3] R. E. Goodman et al.,' A method for the mechanics of jointed rock', J. Soil Mech. And Found. Div. ASCE, 94, (SM 3)(1968).

[4] M. A. Fernandez Prada,' Un modelo por el metodo de los elementos finitos para el analisis no lineal de estructuras de hormigon en tension plana con representation real de la fisura', Doctorate Thesis, Construction Dep. Of Engineering College (UPV), Valencia (Spain), 230 pp., 1988.

[5] Nilson, A. H.; Darwin, D.; and Dolan, C. W.,' Design of Concrete Structures', 13<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, New York, 779 pp, 2004.

[6] ' Bond and Development of straight reinforcing Bars in Tension'. Reported by ACI Committee (ACI 408R-03) .

[7] Eligehauen, R.; Popov, E. P.; and Bertero, V. V.; 1983.' Local Bond stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations', Report No.UBC/EERC-82/23, Earthquak Engineering Research Center, university of California at Barkely, Calif., 169 pp.