

## دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الحر من اسطوانتين متوازيتين أفقيتين محاطتين باسطوانة دائرية

محمود حسين علي

مدرس مساعد

قسم الهندسة الميكانيكية - جامعة تكريت

### الخلاصة

أنجز في هذا البحث دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الحر ثنائي البعد في الحالة المستقرة من اسطوانتين متوازيتين أفقيتين ضمن حيز أسطواني. تسخن الاسطوانتين الداخليتين في حالة ثبوت درجة حرارة السطح وتتماثلان تماماً بينما تبرد الاسطوانة الخارجية في حالة ثبوت درجة حرارة السطح أيضاً. استخدم نظام الإحداثيات المطابقة للحدود في حل المعادلات الحاكمة. تم حل معادلتين دوامية-دالة انسياب والطاقة باستخدام طريقة الفروقات المحددة الواضحة (Explicit) أما معادلة دالة الانسياب فتم حلها باستخدام طريقة التكرار المتعاقب. تمت دراسة (20) حالة مختلفة تمثل تأثير تغير موقع الاسطوانتين الداخليتين أفقياً وعمودياً ضمن الاسطوانة الخارجية على انتقال الحرارة وقوة الطفو المسببة للجريان ولمدى أعداد رالي بين (1,000-25,000). وقد مثلت النتائج بشكل مخططات ثبوت درجة الحرارة ودالة الانسياب وعدد نسلت الموضعي والمعدل. تبين ان موقع الاسطوانتين الداخليتين يؤثر بصورة فعالة على انتقال الحرارة وحركة المائع ضمن الحيز. وقد اظهرت النتائج بان معدل عدد نسلت يزداد بزيادة المسافة الأفقية بين الاسطوانتين الداخليتين في أعداد رالي الواطئة بينما يحصل العكس في أعداد رالي العالية، اما بحركة الاسطوانتين الداخليتين باتجاه قعر الاسطوانة الخارجية فان معدل عدد نسلت يزداد في جميع أعداد رالي. وقد تم تحديد الموقع الذي يحصل فيه أقصى معدل لانتقال الحرارة والموقع الذي يحصل فيه أدنى معدل لانتقال الحرارة عند كل عدد رالي بحيث يمكن الاستفادة منه في عملية العزل لمنع تسرب الحرارة أو في عملية التبريد لزيادة انتقال الحرارة.

**الكلمات الدالة:** الحمل الحر، اسطوانتين أفقيتين، دراسة عددية.

### المقدمة

تحت الارض والتي تستخدم لنقل الطاقة الكهربائية ذات الضغط العالي المبردة بالغاز المضغوط تتدلى نتيجة التمدد الحراري مما يؤدي إلى تغير تمركز السلك في مركز الأنبوب ويتغير تبعاً لذلك معدل انتقال الحرارة<sup>[1,2]</sup>. وقد حظي انتقال الحرارة بالحمل الطبيعي خلال الفجوة المحصورة بين اسطوانة داخلية مسخنة متمركزة او غير متمركزة في حيز اسطواني بالعديد من البحوث والدراسات الشاملة والواقية. ومن ابرز هذه

لقد اكتسبت معرفة توزيع مجال الجريان ومجال الحرارة ضمن حيز مغلق (حمل طبيعي) وأشكال هندسية عديدة أهمية كبيرة وذلك لأهميته الواسعة في الصناعة وتطبيقاته الكثيرة في مجالات متعددة مثل عزل مستقبلات المجمع الشمسي وعزل خطوط الأنابيب المدفونة تحت الأرض وأنظمة التبريد في المفاعلات النووية. وقد لوحظ بان الكابلات المدفونة

الاسطوانتين الداخليتين والذي أنجز من قبل (النداوي)<sup>[11]</sup> وبناءً على ما جاء في توصيات هذا المصدر فقد تم إعداد فكرة البحث الحالي. يقصد بالتعقيد في الشكل الهندسي عدم تطابق حدود الشكل الهندسي مع خطوط الإحداثيات لأحد الأنظمة المعتادة كالإحداثيات الكارتيزية أو الأسطوانية مما يعقد إمكانية التعبير عن الشروط الحدودية بشكل يسير دون اللجوء إلى طرائق الاستكمال التي تؤدي إلى فقدان الدقة في النتائج، ولتجاوز هذه الصعوبات تم في هذا البحث استخدام نظام من الإحداثيات تسمى (الإحداثيات المطابقة للحدود Boundary Fitted Coordinate) وتكتب اختصاراً (BFC) حيث يمكن بواسطة هذه الإحداثيات التعبير عن الشروط الحدودية بسهولة ويسر من خلال مطابقة حدود الشكل الهندسي مع الإحداثيات، وتتطلب هذه الإحداثيات تحويل المعادلات التفاضلية الحاكمة والشروط الحدودية أيضاً إلى هذه النظام من الإحداثيات والتي تحول فيما بعد إلى معادلات جبرية يمكن حلها بالطرائق العددية المعتادة.

### النموذج الرياضي والمعادلات الحاكمة

يوضح الشكل (أ-1) الشكل الهندسي المستخدم في البحث الحالي والذي يتكون من اسطوانتين دائريتين أفقيتين متوازيتين قطر كل منهما (d) محاطتين باسطوانة ثالثة دائرية الشكل قطرها (D)، يبعد مركز كل اسطوانة من الاسطوانتين الداخليتين عن مركز الاسطوانة الخارجية مسافة أفقية مقدارها (Sx) ومسافة شاقولية مقدارها (Sy) ويتناظر موقع هاتين الاسطوانتين حول الخط الشاقولي المار بمركز الاسطوانة الخارجية. وقد تم تثبيت الإحداثيات

الدراسات دراسة (Kuhén & Goldstein)<sup>[11]</sup> النظرية والعملية لانتقال الحرارة بالحمل الحر بين اسطوانتين متمركزتين والدراسة العددية التي قام بها (Charrier وآخرون)<sup>[2]</sup> لذات الحالة علاوة على الدراسة العددية للحمل الحر الطبقي والاضطرابي من قبل (Farouk & Guceri)<sup>[3]</sup>.

بالنسبة لانتقال الحرارة بالحمل الحر لاسطوانتين غير متمركزتين فقد انجز (Kuhén & Goldstein)<sup>[4]</sup> دراسة عملية وانجزت دراسات عددية من قبل (Cho وآخرون)<sup>[5]</sup> و (Prusa & Yao)<sup>[6]</sup> و (Guj & Stella)<sup>[7]</sup> أما (Naylor وآخرون)<sup>[8]</sup> فقدموا دراسة عملية ونظرية لانتقال الحرارة بين اسطوانتين غير متمركزتين. أما الحالة الانتقالية لانتقال الحرارة بالحمل الحر لمسألة الفجوة الحلقية الأفقية قد درست من قبل (Tsui & Tremblay)<sup>[9]</sup>. أما بالنسبة لأشكال هندسية اعقد مما تم عرضه فقد أنجز (Shu وآخرون)<sup>[10]</sup> دراسة عددية لانتقال الحرارة بالحمل الحر من اسطوانة دائرية أفقية غير متمركزة داخل حيز مربع الشكل وبيّن تأثير مقدار اللامركزية على معامل انتقال الحرارة.

أما فيما يخص شكل هندسي معقد كاسطوانتين دائريتين أفقيتين محاطتين بحيز اسطواني دائري والذي هو موضوع الدراسة الحالية ومن خلال مراجعة وافية للبحوث المتوفرة المنشورة في مجال انتقال الحرارة في الدوريات المتاحة ومواقع الانترنت فلم نتمكن من الحصول على بحوث تتناول هذه الحالة سوى بحث واحد لشكل هندسي قريب وهو يتناول حساب إجهاد القص على سطحي اسطوانتين أفقيتين متماسكتين محاطتين باسطوانة خارجية متماسة معهما أيضاً أي قطر الاسطوانة الخارجية يساوي مجموع قطري

استقرارية الحل العددي. يتم حذف حد انحدار الضغط في معادلتى الزخم(2,3) عن طريق الاشتقاق المتعكس لهاتين المعادلتين وذلك باشتقاق المعادلة (2) نسبة إلى (y) والمعادلة (3) نسبة إلى (x) وطرح إحداهما من الأخرى فيتم الحصول على معادلة نقل الدوامية وبعد التعويض عن مركبتي السرعة الأفقية والعمودية بدلالة دالة الانسياب وترتيب المعادلة وإعادة كتابتها بدلالة المقادير اللابعدية تكون الصيغ النهائية للمعادلات الحاكمة اللابعدية بالشكل الآتي:

$$\Omega = -\left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial Y^2}\right) \quad \dots\dots\dots(5)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} = Ra \ Pr \frac{\partial \phi}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial Y^2}\right) \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial \Psi}{\partial Y} \frac{\partial \phi}{\partial X} - \frac{\partial \Psi}{\partial X} \frac{\partial \phi}{\partial Y} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial Y^2} \quad \dots\dots\dots(7)$$

والمقادير اللابعدية هي كالتالي:

$$X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d}, \quad U = \frac{ud}{\alpha}, \quad V = \frac{vd}{\alpha},$$

$$\Psi = \frac{\psi}{\alpha}, \quad \Omega = \frac{\omega d^2}{\alpha}$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha}, \quad Ra = \frac{g\beta(T_i - T_o)d^3}{\nu\alpha},$$

$$\phi = \frac{T - T_o}{T_i - T_o}, \quad \tau = \frac{\alpha t}{d^2}$$

حيث (Ra) يمثل رقم رالي (Rayleigh Number) و (Pr) رقم برانتل (Prandtl Number) و (ω) يمثل

الدوامية والتي تعرف بالمعادلة (ω) أما مركبتي السرعة الأفقية والعمودية بدلالة دالة الانسياب

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad \square \quad u = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad \text{فهي}$$

في مركز الاسطوانة الخارجية. درجة حرارة سطح الاسطوانة الخارجية ثابتة مقدارها (To) ودرجة حرارة السطح لكل من الاسطوانتين الداخليتين هي (Ti) وتبقى ثابتة ايضاً. ولأجل الحصول على النموذج الرياضي لانتقال الحرارة بالحمل الحر في الشكل الهندسي الحالي يفترض ان حركة المائع وتوزيع درجة الحرارة ثنائية البعد(2-D) أي لاتوجد تغيرات في الاتجاه المحوري والمائع احتكاكي ولزج وغير انضغاطي وخواصه ثابتة مع درجة الحرارة. اما التغير في الكثافة يتم تقريبه باستخدام فرضية (Boussinesq)<sup>[9]</sup>.

للحصول على توزيع درجة الحرارة ومجال الجريان في الحمل الحر يجب حل معادلات تفاضلية جزئية مقارنة (Coupled Partial Differential Equations) مشتقة استناداً على مبدأ حفظ الكتلة والزخم والطاقة والتي تكتب بالشكل الآتي<sup>[9]</sup>:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g[1 - \beta(T - T_o)] \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \quad \dots\dots(4)$$

على الرغم من ان الموضوع يتناول انتقال الحرارة في الحالة المستقرة، يتم الإبقاء على حد الزمن في المعادلات الحاكمة لاستخدام تقنية الزحف الزمني (Time Marching) في حل هذه المعادلات وصولاً الى حالة الاستقرار<sup>[12]</sup>، ومن مميزات هذه الطريقة

الاسطوانتين الداخليتين سيتم اعتماد مصطلح الاسطوانة الداخلية للإشارة إلى كليهما.

### طريقة الحل

يتم تحويل الاحداثيات من المجال الفيزيائي  $(x,y)$  الى احداثيات عامة  $(\zeta, \eta)$  مطابقة لحدود الشكل الهندسي ومتعامدة في المجال الحسابي كما موضح في الشكل (2). ويفترض ان تكون هناك علاقة قيمة وحيدة بين الاحداثيات العامة والاحداثيات الفيزيائية والذي تكتب بالشكل الآتي:

$$\eta = \eta(x, y), \zeta = \zeta(x, y) \dots \dots \dots (8)$$

وباستخدام دالة تحويل مناسبة فانه يمكن إنشاء الشبكة في المجال الفيزيائي وكذلك فانه يمكن من هذه الدالة (العلاقة بين المجال الفيزيائي والحسابي) تحويل المعادلات الحاكمة الحاوية على المشتقات الجزئية الى معادلات منظرية في المجال الحسابي [14,13].

وقد استخدم في البحث الحالي معادلة تفاضلية كعلاقة بين الاحداثيات العامة والاحداثيات الفيزيائية وهي معادلة بويسن (Poisson) والتي تكتب بالشكل الآتي [15,14,13]:

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} = P(\zeta, \eta) \dots \dots \dots (9-a)$$

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \eta}{\partial y^2} = Q(\zeta, \eta) \dots \dots \dots (9-b)$$

حيث  $Q(\zeta, \eta), P(\zeta, \eta)$  هما دوال السيطرة على توزيع وتعظيم خطوط الشبكة وللحصول على إحداثيات  $(x,y)$  بدلالة  $(\zeta, \eta)$  يتم عكس المتغيرات في المعادلة (9) فنتنتج المعادلات:

بالنسبة للشروط الحدودية والابتدائية فان تقنية الزحف الزمني تتطلب تحديد قيم اولية للمتغيرات للبدء بحل هذه المعادلات في اتجاه محور الزمن أي عند الزمن  $(\tau=0)$  وهو ما يعرف بالشروط الابتدائية للمسألة ويعبر عنها رياضياً بالصورة الآتية:

$$\Omega = \phi = \psi = 0 \quad \text{at } \tau = 0$$

والشروط الحدودية على سطحي الاسطوانتين الداخليتين وسطح الاسطوانة الخارجية يعتمد على شروط عدم الانزلاق وعدم النفاذية بالنسبة للزخم وثبوت درجة الحرارة، ويمكن التعبير عن هذه الشروط الحدودية بدلالة المقادير اللابعدية كالاتي:

عند سطح كل من الاسطوانتين الداخليتين

$$U = V = \Psi = 0, \quad \phi = 1$$

عند سطح الاسطوانة الخارجية

$$U = V = \Psi = 0, \quad \phi = 0$$

ولان الشكل الهندسي لمسألة البحث الحالي متناظر حول الاحداثي الشاقولي المار بمركز الاسطوانة الخارجية لذلك فمن المنطقي استخدام نصف المجال في الحل ويترتب على ذلك الشروط الحدودية الآتية عند خط التناظر:

$$U = \Psi = \Omega = \frac{\partial V}{\partial X} = \frac{\partial \phi}{\partial X} = 0$$

اما الشروط الحدودية للدوامية على سطحي الاسطوانتين الداخليتين وعلى سطح الاسطوانة الخارجية فتكون مجهولة لاعتمادها على انحدار السرعة لذلك يمكن الحصول على الدوامية عند السطح لاستخدامها في محاولة لاحقة بعد حساب توزيع دالة الانسياب ومن ثم حساب السرعة الأفقية والعمودية وانحدارها على السطح وتعويضها في معادلة الدوامية، ويبين الشكل (ب-1) الجزء المستخدم في الحل والشروط الحدودية للمسألة. ونظراً للتماثل التام بين

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \left( \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} - \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \right) / J = \left( \sigma \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta^2} - 2\delta \frac{\partial^2 \phi}{\partial \zeta \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) / J^2 \quad \dots\dots\dots(13)$$

يعرف عدد نسلت الذي يعطي علاقة لابعدية يمكن من خلالها حساب معامل انتقال الحرارة كالاتي:

$$Nu = \frac{hd}{k} \quad \dots\dots\dots(14)$$

ويكون عدد نسلت الموضوعي على محيط الاسطوانة الداخلية بدلالة المتغيرات اللابعدية بالشكل آتاي:

$$Nu = - \left. \frac{\partial \phi}{\partial R} \right|_{R=R_i} \quad \dots\dots\dots(15)$$

حيث (R) يمثل نصف قطر لابعدي ويساوي (R = r/d) وبما أن سطح الاسطوانة يمثل خط (ζ) ثابت ولكون درجات الحرارة على طول جدار الاسطوانة ثابتة ومتساوية فان انحدار درجة الحرارة بدلالة الاحداثيات (ζ,η) يكون كمايلي<sup>[16]</sup>:

$$\frac{\partial \phi}{\partial R} = \left( \sqrt{\gamma} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) / J \quad \dots\dots\dots(16)$$

أما متوسط عدد نسلت فيتم حسابه من تكامل عدد نسلت الموضوعي على محيط الاسطوانة من التكامل الآتي:

$$\overline{Nu} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} Nu_{\theta} d\theta \quad \dots\dots\dots(17)$$

يمكن حل معادلتى الدوامية-دالة انسياب والطاقة (13,12) بإسلوب الطريقة الواضحة (Explicit) وصولاً الى حالة الاستقرار<sup>[13,12]</sup>، وذلك لكونهما من نوع القطع المكافئ بالنسبة للزمن. اما معادلة دالة الانسياب (11) فيتم حلها باستخدام طريقة التكرار المتعاقب ضمن كل خطوة زمنية.

لاثبات امكانية استخدام نظام الإحداثيات المطابقة للحدود (BFC) للحصول على نتائج موثوقة

$$\left( \sigma \frac{\partial^2 x}{\partial \zeta^2} - 2\delta \frac{\partial^2 x}{\partial \zeta \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 x}{\partial \eta^2} \right) / J^2 = - \left[ \frac{\partial x}{\partial \zeta} P(\zeta, \eta) + \frac{\partial x}{\partial \eta} Q(\zeta, \eta) \right] \quad \dots\dots\dots(10-a)$$

$$\left( \sigma \frac{\partial^2 y}{\partial \zeta^2} - 2\delta \frac{\partial^2 y}{\partial \zeta \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 y}{\partial \eta^2} \right) / J^2 = - \left[ \frac{\partial y}{\partial \zeta} P(\zeta, \eta) + \frac{\partial y}{\partial \eta} Q(\zeta, \eta) \right] \quad \dots\dots\dots(10-b)$$

حيث

$$\sigma = \left( \frac{\partial x}{\partial \eta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \eta} \right)^2,$$

$$\gamma = \left( \frac{\partial x}{\partial \zeta} \right)^2 + \left( \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right)^2,$$

$$\delta = \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial y}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta},$$

$$J = \frac{\partial x}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta}$$

يتم تحويل المعادلات التفاضلية الجزئية الحاكمة لمسألة انتقال الحرارة بالحمل الحر من الإحداثيات الفيزيائية الى الإحداثيات الجديدة بدلالة المتغيرات (ζ,η) لكل حد من حدود هذه المعادلات وذلك باستخدام التحويلات المشتقة من المعادلة (10)<sup>[15,14,13]</sup>. وعليه تصبح المعادلات الحاكمة (5,6,7) في الاحداثيات (ζ,η) كالاتي:

$$\left( \sigma \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} - 2\delta \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \eta^2} \right) / J^2 = -\Omega \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + \left( - \frac{\partial \Psi}{\partial \zeta} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} + \frac{\partial \Psi}{\partial \eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \zeta} \right) / J = \text{Pr} \left( \sigma \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \zeta^2} - 2\delta \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \zeta \partial \eta} + \gamma \frac{\partial^2 \Omega}{\partial \eta^2} \right) / J^2 +$$

$$Ra \text{Pr} \left( \frac{\partial \phi}{\partial \zeta} \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \frac{\partial y}{\partial \zeta} \right) / J \quad \dots\dots\dots(12)$$

(الاتجاه  $\eta$ ) وتم اختيار هذه القيم وشكل شبكة العقد بعد دراسة مستفيضة لتأثيرها على استقرارية النتائج وبالتحديد معدل عدد نسلت. واستخدمت طريقة التكرار المتعاقب وبدقة ( $10^{-5}$ ) لحل المعادلات الجبرية الناتجة من تقسيم المعادلة (10) باستخدام طريقة الفروقات المحددة. استخدمت خطوة زمنية ( $\Delta\tau$ ) مقدارها ( $1 \times 10^{-5}$ ). وحددت دقة ( $1 \times 10^{-4}$ ) كاقصى قيمة للنسبة المئوية لفرق درجات الحرارة بين خطوة زمنية وأخرى للتأكد من الاقتراب من حالة الاستقرار. ولزيادة دقة النتائج فان العمليات الحسابية تستمر لحين الحصول على فرق اقل من ( $1 \times 10^{-3}$ ) بين معدل عدد نسلت على الاسطوانة الداخلية ومعدل عدد نسلت على الاسطوانة الخارجية وعندها تتوقف العمليات التكرارية باعتبار تم الوصول الى حالة الاستقرار. وتراوحت عدد الخطوات الزمنية المؤدية الى النتائج بين ( $9 \times 10^3$ ) و ( $60 \times 10^3$ ) خطوة. وحددت دقة ( $1 \times 10^{-3}$ ) لتوقف العمليات التكرارية لحساب توزيع دالة الانسياب ضمن كل خطوة زمنية.

### النتائج والمناقشة

تمت دراسة تأثير تحريك الاسطوانتين الداخليتين افقياً وعمودياً على توزيع درجات الحرارة وحركة المائع عند أعداد رالي مختلفة. اذ استخدمت ثلاث قيم مختلفة من المسافة الافقية ( $S_x$ ) عند ( $d, 1.25d, 1.5d$ ) بثبوت المسافة العمودية ( $S_y$ ) عند صفر. وقيمتين للمسافة العمودية ( $S_y$ ) هما (-) ( $0.5d, 0.5d$ ) بثبوت المسافة الافقية ( $S_x$ ) عند ( $1.25d$ ) وعند اعداد رالي مختلفة هي ( , 25000 1000 , 5000 , 10000) أي ما مجموعه (20) حالة. كانت نسبة القطر بين الاسطوانة الخارجية

واختبار فاعلية البرنامج الذي اعد لهذا الغرض فقد ارتأينا مقارنة نتائجنا مع نتائج بحوث منشورة سابقاً، ولما لم يتم الحصول على بحوث مشابهة كما تمت الاشارة اليه سابقاً فقد قورنت نتائج اختبارية مع نتائج المصدر [8] والذي يدرس حالة الحمل الحر من اسطوانة لامركزية افقياً ضمن اسطوانة خارجية نسبة القطر بينهما ( $\Delta/\delta=2.6$ ) ونسبة اللامركزية ( $\frac{S_x}{(D-d)/2}=0.6$ ) فتم حساب معدل انتقال الحرارة بصيغة الموصلية المكافئة ( $K_{eq}$ ) ولاعداد رالي مختلفة وقورنت مع نتائج هذا المصدر والشكل (4) يبين ذلك وكما يتضح منه تطابق النتائج الى حد يمكن وصفه بالامتياز. كما وقورن توزيع درجة الحرارة ودالة الانسياب المحصلة من البرنامج الحالي مع نتائج المصدر [1] والذي يدرس الحمل الحر من اسطوانتين متمركزتين نسبة القطر بينهما ( $\Delta/\delta=2.6$ ) وجلي من الشكل (5) توافق نتائجنا مع ما تم عرضه في هذا المصدر. وما سبق عرضه يؤكد كفاءة الطريقة المستخدمة وفاعلية برنامج الحاسوبي المعد للحصول على نتائج الحل العددي للمعادلات الحاكمة للحمل الحر باستخدام نظام الإحداثيات المطابقة للحدود.

تم حل المعادلة (10) للحصول على شبكة العقد التي تمثل الشكل الفيزيائي لمسألة البحث الحالي في الإحداثيات ( $\zeta, \eta$ ) وذلك بتحديد إحداثيات حدود الشكل الهندسي من خلال تمثيل اسطح الاسطوانات بقيمة ثابتة من الإحداثيات ( $\zeta, \eta$ ) كما مبين في الشكل (3) وباستخدام قيم صفرية لدوال السيطرة ( $P, Q$ ) أي تم حل معادلة لابلاس ( $\Delta\alpha\lambda\alpha\chi\epsilon$ ) لغرض الحصول على تعامد افضل [13]، وقد استخدمت (91) تقسيمة بالاتجاه المماس لسطح الاسطوانة الداخلية (الاتجاه  $\zeta$ ) و (51) تقسيمة بالاتجاه العمودي على ( $\zeta$ )

المجال ضيقاً جداً وهذا الشرط يتوفر عندما تكون  $(Sx=1.5d)$  اما بالنسبة للدوامة الموجبة فانها تزداد شدة مع زيادة المسافة الافقية. بزيادة عدد رالي الى  $(Ra=25,000)$  يتلاشى أي انقسام للدوامة السالبة او ميلها للانقسام لزيادة حركة الطفو اما الدوامة الموجبة فنقل شدتها.

اما تأثير المسافة العمودية  $(Sy)$  بثبوت المسافة الافقية  $(Sx)$  عند  $(1.25d)$  على حركة المائع قيمكن ملاحظته من خلال الشكل (7). فعند رالي  $(Ra=1,000)$  يلاحظ نشوء دوامة موجبة تزداد في الشدة والحجم مع تغير  $(Sy)$  من  $(0.5d)$  الى  $(-)$  وذلك لتوفر المجال الكافي لها. فعند  $(Sy=0.5d)$  تنشأ دوامة سالبة وتتشكل نواة لانقسامها فوق الاسطوانة الداخلية وتزداد شدة عندما تكون المسافة  $(Sy=0)$  ويظهر فيها الانقسام واضحاً وعندما تصبح المسافة  $(Sy=-0.5)$  تضمحل الدوامة السالبة السفلية لعدم توفر ما يؤهلها للبقاء حيث ان التيار الساخن الصاعد يتسخن اكثر نتيجة ملامسته لجدار الاسطوانة الداخلية ويستمر في مساره دون نزوله إلى الأسفل لتكوين دوامة اخرى. يلاحظ تقريباً نفس التصرف بالنسبة لتوزيع دالة الانسياب والدوامات عندما يكون عدد رالي  $(Ra=5,000)$  ولكن تزداد شدة الدوامات ويمكن ملاحظة أقصى قيم لدالة الانسياب في الجدول (1)، اما عندما يكون عدد رالي  $(Ra=10,000)$  فان الدوامة السالبة تكون اسفل مستوى مركز الاسطوانة الداخلية عند  $(Sy=0.5d)$  وتتلاشى الدوامة السالبة السفلية ابتداءً من  $(Sy=0)$  بخلاف ما سبق من اعداد رالي وهذا ناتج من زيادة انتقال الحرارة الذي يتبع زيادة عدد رالي وهذا الشيء يتضح اكثر عند  $(Ra=25,000)$  حيث لاوجود سوى

والاسطوانة الداخلية  $(D/d=5)$ . والفقرات اللاحقة تمثل عرضاً للنتائج التي توصلنا اليه.

### تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على مجال الجريان

سيعتمد خلال المناقشة كلمة دوامية موجبة للتدويم مع عقرب الساعة ودوامية سالبة للاشارة الى التدويم عكس عقرب الساعة. يبين الطرف الايسر في كل جزء من الشكل (6) تاثير المسافة  $(Sx)$  وعدد رالي على توزيع دالة الانسياب بثبوت  $(Sy)$  عند صفر. عندما يكون عدد رالي  $(Ra=1,000)$  وتكون المسافة الافقية  $(Sx=d)$  يلاحظ نشوء دوامتين متعاكستين، القريبة من خط التناظر الشاقولي تكون موجبة والاخرى سالبة وبزيادة المسافة الافقية الى  $(1.25d)$  فان الدوامة الموجبة تزداد شدة ويكبر حجمها ويتحرك جزء منها نحو الاسفل اما الدوامة السالبة فانها تقل شدة وتتخسر بحيث تظهر بداية انقسامها الى دوامتين احداها فوق الاسطوانة الداخلية والاخرى اسفلها لان اندفاع الاسطوانة الداخلية باتجاه جدار الاسطوانة الخارجية يؤدي الى حصر الجريان بينهما ويمنع خطوط الدوامة السالبة من تكملة مسارها مشكلاً بذلك نواة دوامة جديدة تتطور لتصبح دوامة كاملة اسفل الاسطوانة الداخلية عند  $(Sx=1.5d)$ . بالنسبة لعدد رالي  $(Ra=5,000)$  فان الشكل العام لتأثير المسافة  $(Sx)$  يكون نفسه تقريباً عدا ان القيمة العظمى لدالة الانسياب للدوامة الموجبة والسالبة تتغير وكما مبين في الجدول (1) ويعزى هذا السلوك الى زيادة قوة الطفو وحركة المائع بسبب زيادة عدد رالي. عند زيادة عدد رالي الى  $(10,000)$  يبدأ تخصر وانقسام الدوامة السالبة عند القيمة الاخيرة للمسافة الافقية  $(Sx)$  لان زيادة عدد رالي يساعد على زيادة انتقال الحرارة وزيادة قوة الطفو مما يسرع حركة الحمل ويحول دون تكوّن دوامة اخرى الا عندما يكون

انقلاب خطوط ثبوت درجات الحرارة بشكل واضح واشد بالمقارنة مع الحالات السابقة. وتظهر مساهمة التوصيل فقط عندما تكون المسافة المحصورة بين الاسطوانتين الداخلية والخارجية ضيقة أي عند المسافة الافقية ( $S_x=1.25d$ ) لانها تتسبب في اعاقه حركة الحمل.

يبين الشكل(7) تأثير تغير المسافة العمودية ( $S_y$ ) على توزيع درجات الحرارة بثبوت المسافة الافقية ( $S_x$ ) عند ( $1.25d$ )، فعند عدد رالي ( $Ra=1,000$ ) فان توزيع درجات الحرارة يكون شبيها بالتوصيل ولجميع المسافات لضعف خلايا الحمل نتيجة عدد رالي الواطئ و بزيادة عدد رالي فان حركة الحمل تنشط فتكون ريشة الطفو اقوى وتتوسع قمتها بتغير ( $S_y$ ) من ( $0.5d$ ) الى ( $-0.5d$ ) وتظهر بواذر انقلاب درجات الحرارة اسفل مستوى مركز الاسطوانة الداخلية في الجهة المقابلة لخط التناظر وبحركة الاسطوانة الداخلية نحو الاسفل فان موقع انقلاب درجات الحرارة يتحرك الى مستوى اعلى من مركز الاسطوانة الداخلية اذ انه يرافق حركة مركز الدوامة السالبة. وبالتحديد عند عدد رالي ( $25,000$ ) فان انقلاب درجات الحرارة يكون على مدى اوسع حول محيط الاسطوانة الداخلية وبحركة الاسطوانة الداخلية نحو الاسفل أي تغير المسافة العمودية ( $S_y$ ) فان انقلاب درجات الحرارة يكون اشد لان نطاق حركة المائع يكون اوسع بحيث أن المائع جميعه يكون تقريباً في حالة حركة ونقل المساحة الراكدة أسفل الاسطوانة الداخلية مما يزيد من انتقال الحرارة بالحمل في المستوى فوق مركز الاسطوانة الداخلية ويزداد التوصيل أسفلها لصغر المسافة وبالتالي نقصان المقاومة للتوصيل والذي يمكن ملاحظته من تغير عدد نسلت على محيط الاسطوانة الداخلية.

لدوامة سالبة واحدة مركزها اسفل مستوى مركز الاسطوانة الداخلية بقليل عند ( $S_y=0.5d$ ) ويصعد مركزها تدريجياً مع حركة الاسطوانة الداخلية نحو الأسفل.

### تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على مجال درجات الحرارة

يمثل الطرف الايمن في جميع الاجزاء من الشكلين (6 و7) خطوط ثبوت درجة الحرارة. يتضح من الشكل(6) تأثير المسافة الافقية ( $S_x$ ) على توزيع درجات الحرارة لاعداد رالي مختلفة بثبوت المسافة العمودية ( $S_y$ ) عند صفر. يلاحظ عند عدد رالي ( $Ra=1,000$ ) تشابه خطوط ثبوت درجة الحرارة تقريباً لجميع قيم المسافة الافقية والشكل العام لتوزيع درجات الحرارة قريب من التوصيل وذلك لضعف خلايا الحمل نتيجة عدد رالي الواطئ عدا بالقرب من قمة الاسطوانة الداخلية والذي ينشأ عندها ريشة الطفو نتيجة انفصال الطبقة المتاخمة ويتغير ميلان قمة ريشة الطفو بشكل طفيف باتجاه خط التناظر وتتوسع قمتها تدريجياً إما بزيادة عدد رالي فان حركة الحمل تنشط أكثر ويتشوه التوزيع المنتظم لدرجات الحرارة ويحصل تموج في درجات الحرارة في المنطقة المحصورة بين الاسطوانة الداخلية والخارجية في الجهة المقابلة لخط التناظر ويكون هذا التأثير واضحاً عند ( $S_y=d$ ) لقله الإعاقه لحركة الحمل مشيراً إلى بواذر زيادة نشاط الحمل. علاوة على ذلك تتشكل منطقة شبه راكدة قريبة من الزاوية ( $180^\circ$ ) للاسطوانة الخارجية مقاساً من قمتها فتكون الالية السائدة هي التوصيل، ومع زيادة عدد رالي الى ( $10,000$ ) ومن ثم الى ( $25,000$ ) فان تأثير تيارات الحمل يزداد ويكون هو السائد في عملية انتقال الحرارة وتتطور ريشة الطفو وتتوسع اكثر ويظهر

في هذا الموقع ويكون مستوى عدد نسلت بشكل منتظم تقريباً وضمن المدى الزاوي (45-265) درجة باستثناء قيمة صغيرة محلية عند ( $\theta=100^\circ$ ) لعدد رالي (5,000) وعند ( $\theta=110^\circ$ ) لعدد رالي (10,000) حيث يكون انتقال الحرارة بالتوصيل هو السائد اما عند عدد رالي (25,000) فانه يلاحظ قيمة صغيرة عند ( $\theta=90^\circ$ ) بسبب تقييد حركة الحمل في هذه المنطقة وقيمة صغيرة اخرى عند ( $\theta=220^\circ$ ) بسبب انفصال الطبقة المتاخمة بشكل اقوى من القيم الاخرى لعدد رالي.

اما عندما يتغير المسافة العمودية ( $Sy$ ) الى (0.5d) مع ثبوت ( $Sx=1.25d$ ) (شكل 11) فان عدد نسلت يكون عند قيمة صغيرة له تقريباً في قمة الاسطوانة الداخلية ويكون الشكل العام لتغير عدد نسلت الموضوعي في هذه الحالة مشابهاً تقريباً للشكل (9) ويمكن ملاحظة تشابه في توزيع درجات الحرارة بين هاتين الحالتين أيضاً.

اما عند ( $Sy=-0.5d$ ) (شكل 12) فان عدد نسلت يكون في أدنى قيمة له عند ( $\theta=10^\circ$ ) تقريباً ويلاحظ ارتفاع في مستوى عدد نسلت في الموقع الزاوي ( $\theta=180^\circ$ ) تقريباً لحصول توصيل حراري وبهبط قليلا عند الموقع الزاوي ( $\theta=250^\circ$ ) بسبب انفصال الطبقة المتاخمة. عند ملاحظة هذا الشكل فان مستوى عدد نسلت عند عدد رالي (25,000) يكون أعلى من مستوى عدد نسلت عند بقية أعداد رالي وعند نفس رقم رالي في بقية الأشكال وهذا ناتج من زيادة تيارات الحمل وتغطيتها لمساحة واسعة من الحيز فوق الاسطوانة الداخلية والتي يمكن ملاحظتها من توزيع خطوط دالة الانسياب على حساب المساحة الراكدة اسفل الاسطوانة الداخلية نتيجة حركتها نحو الاسفل والتي من الممكن ان تساهم هي الاخرى في تقوية

تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على عدد نسلت تبين الأشكال من (8-10) توزيع عدد نسلت الموضوعي على محيط الاسطوانة الداخلية ولقيم مختلفة من عدد رالي بثبوت المسافة العمودية ( $Sy$ ) عند صفر وتغير المسافة الافقية من (d) الى (1.5d). يلاحظ في جميع الأشكال ان توزيع عدد نسلت الموضوعي عند عدد رالي ( $Ra=1,000$ ) يكون أكثر انتظاماً لأن الحالة تماثل التوصيل الحراري ويكون هو السائد في عملية انتقال حرارة عدا القيمة الصغيرة التي تلاحظ بالقرب من قمة الاسطوانة الداخلية في موقع حدوث ريشة الطفو. اما في اعداد رالي الاخرى (-25,000) فان عند المسافة الافقية ( $Sx=d$ ) (شكل 8) فان عدد نسلت الموضوعي يحصل فيه قمة في الموقع القريب من الزاوية ( $\theta=150^\circ$ ) لوجود المجال الكافي لحركة خلايا الحمل في هذه المنطقة ويصل عدد نسلت الى ادنى قيمة محلية تقريباً عند الزاوية ( $\theta=255^\circ$ ) لعدد رالي (5,000) بازاحة ( $15^\circ$ ) درجة تقريباً عند كل زيادة لعدد رالي وذلك لانفصال الطبقة المتاخمة في هذه المنطقة والتي تنقل من انتقال الحرارة.

اما عند المسافة الافقية ( $Sx=1.25d$ ) (شكل 9) فتكون ادنى قيمة لعدد نسلت في الموقع الذي تحصل فيه ريشة الطفو وتقریباً عند الموقع الزاوي ( $\theta=15^\circ$ ) لأعداد رالي (5,000-25,000) ويصل الى قيمة عظمى بالقرب من الزاوية ( $\theta=165^\circ$ ). وتختفي القيمة الصغيرة التي كانت تحدث بالقرب من خط التناظر نتيجة انفصال الطبقة المتاخمة كما هي عليه الحال عند المسافة الافقية ( $Sx=d$ ). اما عندما تكون المسافة الافقية ( $Sx=1.5d$ ) (شكل 10) فعند عدد رالي (5,000 و 10,000) يكون عدد نسلت عند ادنى قيمة له في قمة الاسطوانة الداخلية لحدوث ريشة الطفو

بحيث يمكن الحصول على اوطأ او اعلى قيمة لمعدل عدد نسلت وعند اعداد رالي مختلفة.

من خلال النتائج التي تم الحصول عليها تم التوصل الى علاقة ارتباطية لتغير عدد معدل نسلت بدلالة عدد رالي وموقع الاسطوانة الداخلية المتمثلة بالمسافة الافقية والعمودية (Sx) و (Sy) على التوالي والنسبة بين قطر الاسطوانة الخارجية الى الاسطوانة الداخلية وبمعامل ارتباط (R2=0.9812) وبالصيغة الآتية:

$$Nu = 2.095Ra^{0.2779} \cdot \frac{291.325}{(Sx/d)^{0.000566}} + \frac{291.897}{(0.5D/d + Sy/d)^{0.0007961}}$$

#### الاستنتاجات

من خلال النتائج التي حُصل عليها يمكن التوصل الى الاستنتاجات الآتية:

- 1- إمكانية استخدام نظام الاحداثيات المطابقة للحدود (BFC) بصورة فاعلة في حل المسائل ذات الأشكال الهندسية المعقدة
- 2- في أعداد رالي الواطئة فان الحمل والتوصيل يشتركان معاً في عملية انتقال الحرارة وبتزايد عدد رالي فان آلية الحمل يتضح أكثر ويكون هو السائد في عملية انتقال الحرارة ويشترك التوصيل فقط عندما تكون الفجوة بين الاسطوانة الداخلية والاسطوانة الخارجية المعاكسة لخط التناظر ضيقاً بحيث لا مجال لخلايا الحمل للحركة بسهولة.

- 3- عند اعداد رالي الواطئة (Ra < 10,000) فان زيادة المسافة الافقية (Sx) يؤدي الى زيادة معدل عدد نسلت اما في اعداد رالي العالية فان الحالة تنعكس أي يقل معدل عدد نسلت مع زيادة

عملية التوصيل لانخفاض المقاومة ضد التوصيل وهذا مؤشر على تحسن انتقال بشكل لم يتم ملاحظته في الحالات السابقة.

#### تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على معدل عدد نسلت

يوضح الشكل (13) مقارنة لمعدل عدد نسلت مع عدد رالي لمواقع مختلفة للاسطوانة الداخلية، فعند ثبوت (Sy) عند صفر وبتزايد المسافة الافقية (Sx) يزداد معدل عدد نسلت عند عدد رالي (Ra=1,000) اذا يكون الحمل غير فعالاً لصغر عدد رالي فيلعب التوصيل دوراً اساسياً في انتقال الحرارة. بزيادة عدد رالي فان حركة الحمل تنشط ويضعف التوصيل الحراري فيتقارب معدل عدد نسلت عند القيم المختلفة للمسافة الافقية (Sx) حتى يكون الفرق طفيفاً جداً عند (Ra=10,000) وبتزايد عدد رالي اكثر فان الحالة تنعكس بحيث يزداد عدد نسلت مع نقصان المسافة الافقية والسبب في ذلك يعود الى زيادة حركة خلايا الحمل نتيجة زيادة عدد رالي وتوفر المجال الكافي لخلايا الحمل للحركة اي بنقصان المسافة الأفقية (Sx) فان معدل انتقال الحرارة تزداد.

اما عند تغير المسافة العمودية من (0.5d) الى (-0.5d) بثبوت المسافة الافقية (Sx) أي بحركة الاسطوانة الداخلية نحو الأسفل فان معدل عدد نسلت يزداد ولجميع اعداد رالي، اذ ان تأثير ذلك يكون تقليل المساحة الراكدة اسفل الاسطوانة الداخلية والذي يحصل فيه التوصيل من جهة ومن جهة اخرى فان نزول الاسطوانة الداخلية يؤدي الى زيادة المساحة التي تحصل فيها تيارات الحمل مما يزيد من انتقال الحرارة والتي تنشط أكثر بزيادة عدد رالي ويكون بصورة ملفتة للنظر عند عدد رالي (Ra=25,000). ومن خلال هذا الشكل يمكن تحديد أفضل موقع للاسطوانة الداخلية

- Convection Heat Transfer In Concentric And Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli” J. Heat Transfer, Nov. (1978), Vol. 100, Pp. 635-640.
- 5-Cho, C. H., Chang, K. S. and Park, K. H. “Numerical Simulation Of Natural Convection In Concentric And Eccentric Horizontal Cylindrical Annuli” J. Heat Transfer, Nov. (1982), Vol. 104, Pp. 624-630.
- 6-Prusa, J. and Yao, L. S. “Natural Convection Heat Transfer Between Eccentric Horizontal Cylinders” J. Heat Transfer, Feb. (1983), Vol. 105, Pp. 108-115.
- 7-Guj, G. and Stella, F. “Natural Convection In Horizontal Eccentric Annuli: Numerical Study” Numer. Heat Transfer, 27, (1995), Pp89-105.
- 8-Naylor, D., Badr, H. M. and Tarasuk, J. D. “Experimental And Numerical Study Of Natural Convection Between Two Eccentric Tubes” Int. J. Heat Mass Transfer, (1989), No.1, Vol. 32, Pp. 171-181.
- 9-Tsui, Y. T. and Tremblay, B. “On Transient Natural Convection Heat Transfer In The Annulus Between Concentric Horizontal Cylinders With Isothermal Surfaces” Int. J. Heat & Mass Transfer, (1984), No.1, Vol. 27, Pp. 103-111.
- 10-Shu, C., Xue, H. and Zhu, Y. D. “Numerical Study Of Natural Convection In An Eccentric Annulus Between A Square Outer Cylinder And A Circular Inner Cylinder Using DQ Method” Int. J. Heat Mass Transfer, (2001), No.44, Pp.3321-3333.
- المسافة الافقية بين الاسطوانتين الداخليتين أي اندفاعهما نحو الاسطوانة الخارجية.
- 4- بحركة الاسطوانتين الداخليتين الى الاسفل أي تغير المسافة العمودية (Sy) فان معدل عدد نسلت يزداد في جميع اعداد رالي التي تمت دراستها وبشكل ملفت للنظر في أوطاً موقع للاسطوانتين الداخليتين عند عدد رالي (25,000).
- 5- من خلال دراسة تأثير موقع الاسطوانتين الداخليتين على انتقال الحرارة يمكن تحديد امثل موقع الذي يمكن من خلاله الحصول على أعلى أو أوطاً معدل لانتقال الحرارة لتوظيفه حسب التطبيق إذا كان الهدف هو عملية عزل حراري أو عملية تبريد.
- المصادر
- 1-Kuehn, T.H. and Goldstin, R. J. “An Experimental And Theoretical Study Of Natural Convection In The Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders”, J. Fluid Mech. (1976), Vol. 74, Part 4, Pp.695-719.
- 2-Charrir-Mojtabi, M. C., Mojtabi, A. and Caitagirone, J. P. “Numerical Solution Of A Flow Due To Natural Convection In Horizontal Cylindrical Annulus” J. Heat Transfer, Feb. (1979), Vol. 101, Pp.171-173.
- 3-Faruak, B. and Gucer, S. I. “Laminar And Turbulent Natural Convection In The Annulus Between Horizontal Concentric Cylinders”, J. Heat Transfer, Nov. (1982), Vol. 104, Pp. 631-636
- 4-Kuehn, T.H. and Goldstin, R. J. “An Experimental Study Of Natural

- 11-النداوي، عبد السلام داود "إيجاد توزيع اجهادات القص على أسطح اسطوانتين داخليتين محاطتين باسطوانة ثالثة خارجية نتيجة لحركة المائع المحصور بين أسطح الاسطوانات الثلاث بتأثير الحمل الطبيعي" المجلة العلمية لجامعة تكريت/ قطاع العلوم الهندسية، عدد1، المجلد1، (1994) ص25-40.
- 12- Robert, W. Hornbeck, "Numerical Marching Techniques For Fluid Flows With Heat Transfer",NASA, (1973).
- 13-Fletcher, C. A. J. and Srinivas, K. "Computational Techniques For Fluid Mechanics 2" Springier series in Computational Physics, Springier-Verlag Berlin Heidelberg, (1988).
- 14-Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W. "Numerical Grid Generation" North-Holland, Amsterdam, (1985).
- 15-Filipiak, M. "Mesh Generation" Edinburgh Parallel Computing Center, The University of Edinburgh, (1996).
- 16-Broughton, R. C. & Oliver, A. J. "A Numerical Model For Convection In Complex Two-Dimensional Geometries And Its Application To Buoyancy Flow In Power Cable" ,Int. Heat Transfer Conference Vol.2 Pp. 447-451, 1986.

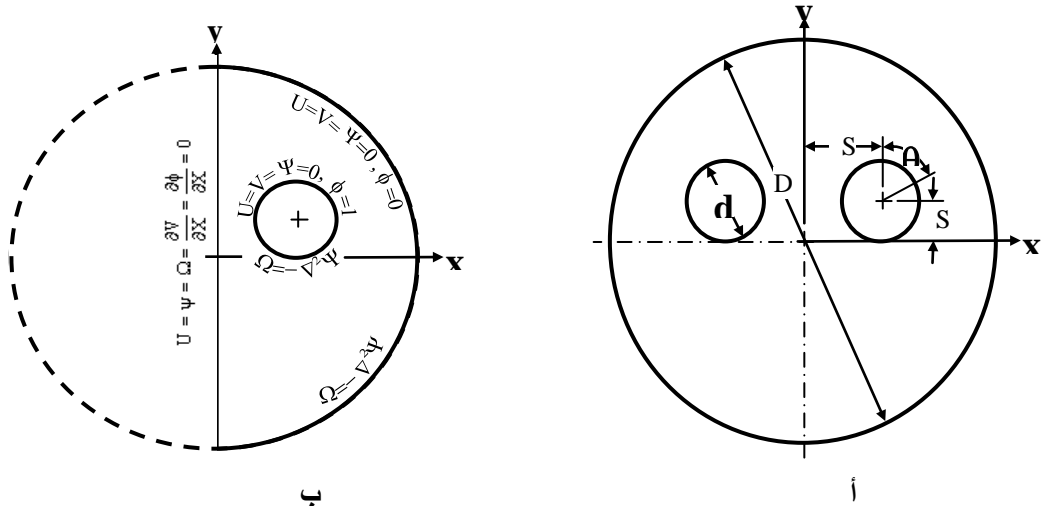
## الرموز

الرمز	المعنى
D	قطر الاسطوانة الخارجية
d	قطر اسطوانة داخلية
g	التعجيل الأرضي
h	معامل انتقال الحرارة الحلمي
J	جاكوبيا
K	معامل انتقال الحرارة التوصيلي
Nu	عدد نسلت
$\overline{Nu}$	معدل عدد نسلت
P	الضغط
Pr	عدد برانتل
R	نصف قطر اللابيدي
r	نصف قطر
Ra	عدد رالي
T	درجة الحرارة
T	الزمن
U,V	السرعة اللابيدية الأفقية والعمودية
u,v	السرعة الأفقية والعمودية
X,Y	الإحداثيات الكارتيزية اللابيدية
x,y	الإحداثيات الكارتيزية
$\Omega$	الدوامية اللابيدية
$\omega$	الدوامية
$\Psi$	دالة الانسياب اللابيدي
$\psi$	دالة الانسياب
$\alpha$	الانتشارية الحرارية
$\beta$	معامل التمدد الحراري
$\phi$	درجة الحرارة اللابيدي

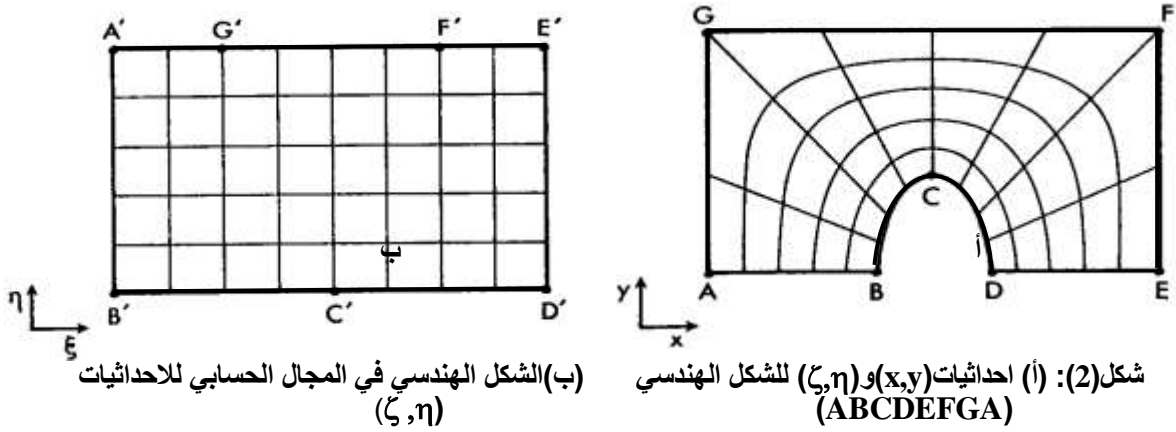
الرمز	المعنى
$u$	اللزوجة الكينماتية
$\theta$	الزاوية مع الخط الشاقولي
$\rho$	الكثافة
$\sigma, \delta, \gamma$	معاملات التحويل للاحداثيات العامة
$\tau$	الزمن اللابعدى
$\zeta, \eta$	الاحداثيات العامة
الرموز التحتية	
I	الداخلي
O	الخارجي

جدول (1) القيم العظمى لدالة الانسياب ( $\psi_{max}$ ) للدوامة الموجبة ( $-\psi_{max}$ ) للدوامة السالبة

Ra	Sx=1.25d			Sy=0		
	Sy	$-\psi_{max}$	$\psi_{max}$	Sx	$-\psi_{max}$	$\psi_{max}$
1,000	0.5d	-1.963532	3.357809	1.00d	-2.988303	5.065611
	0	-2.155811	5.463709	1.25d	-2.155811	5.463709
	-0.5d	-2.979427	7.002509	1.50d	-1.856994	5.623934
5,000	0.5d	-5.112551	12.42240	1.00d	-8.693101	15.46393
	0	-6.817806	16.75322	1.25d	-6.817806	16.75322
	-0.5d	-8.829745	19.69319	1.50d	-5.879705	17.23336
10,000	0.5d	-7.756414	18,46270	1.00d	-12.79976	23.03387
	0	-10.34823	23.84492	1.25d	-10.34823	23.84492
	-0.5d	-14.05971	26.99860	1.50d	-8.722836	24.04020
25,000	0.5d	-12.01833	28,80583	1.00d	-19.08534	40.01965
	0	-17.54371	37.33537	1.25d	-17.54371	37.33537
	-0.5d	-19.6167	68.32435	1.50d	-12.71377	35.43256

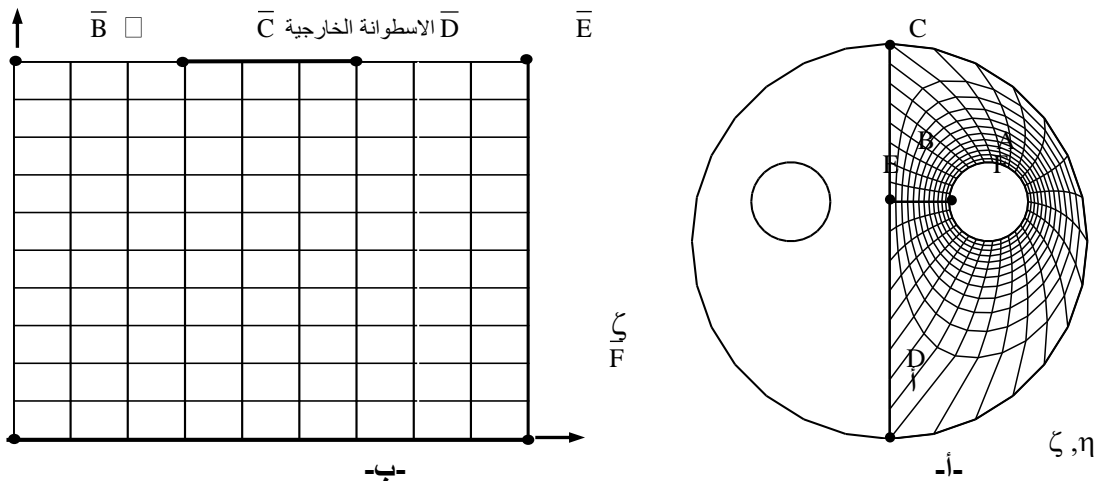


شكل(1): (أ) إحدائيات الشكل الهندسي المستخدم في البحث الحالي (ب): الجزء المستخدم في الحل والشروط الحدودية

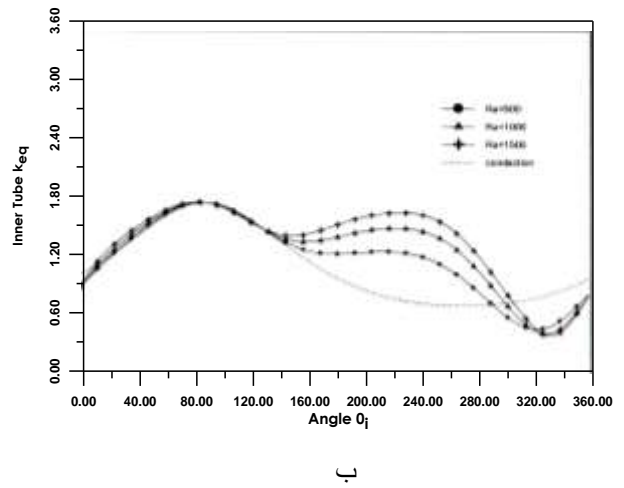
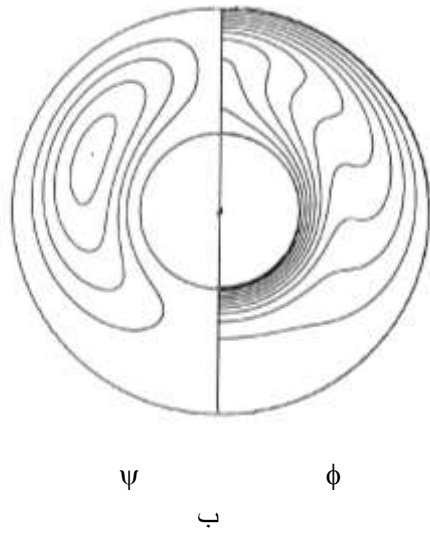
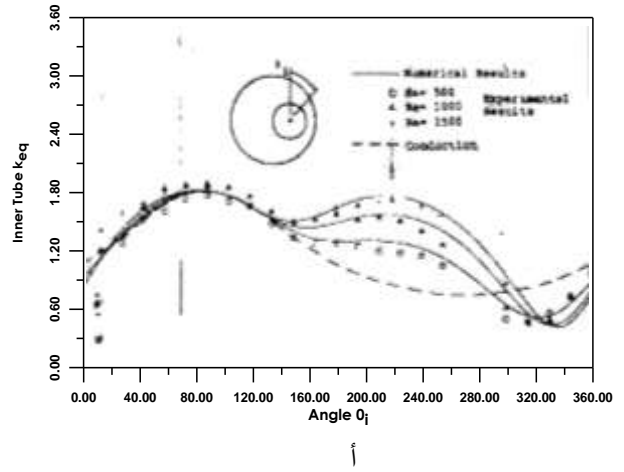
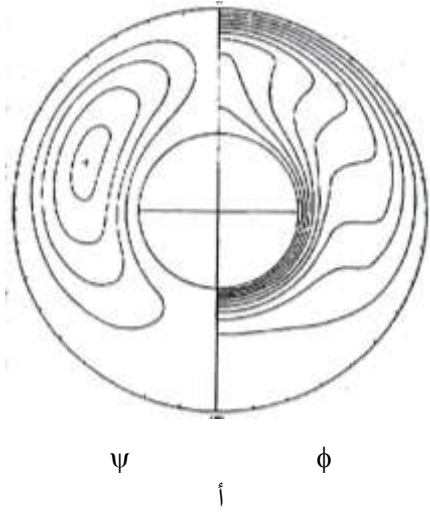


شكل(2): (أ) إحدائيات  $(x,y)$  و  $(\zeta,\eta)$  للشكل الهندسي (ABCDEFGA)

(ب) الشكل الهندسي في المجال الحسابي لإحدائيات  $(\zeta,\eta)$

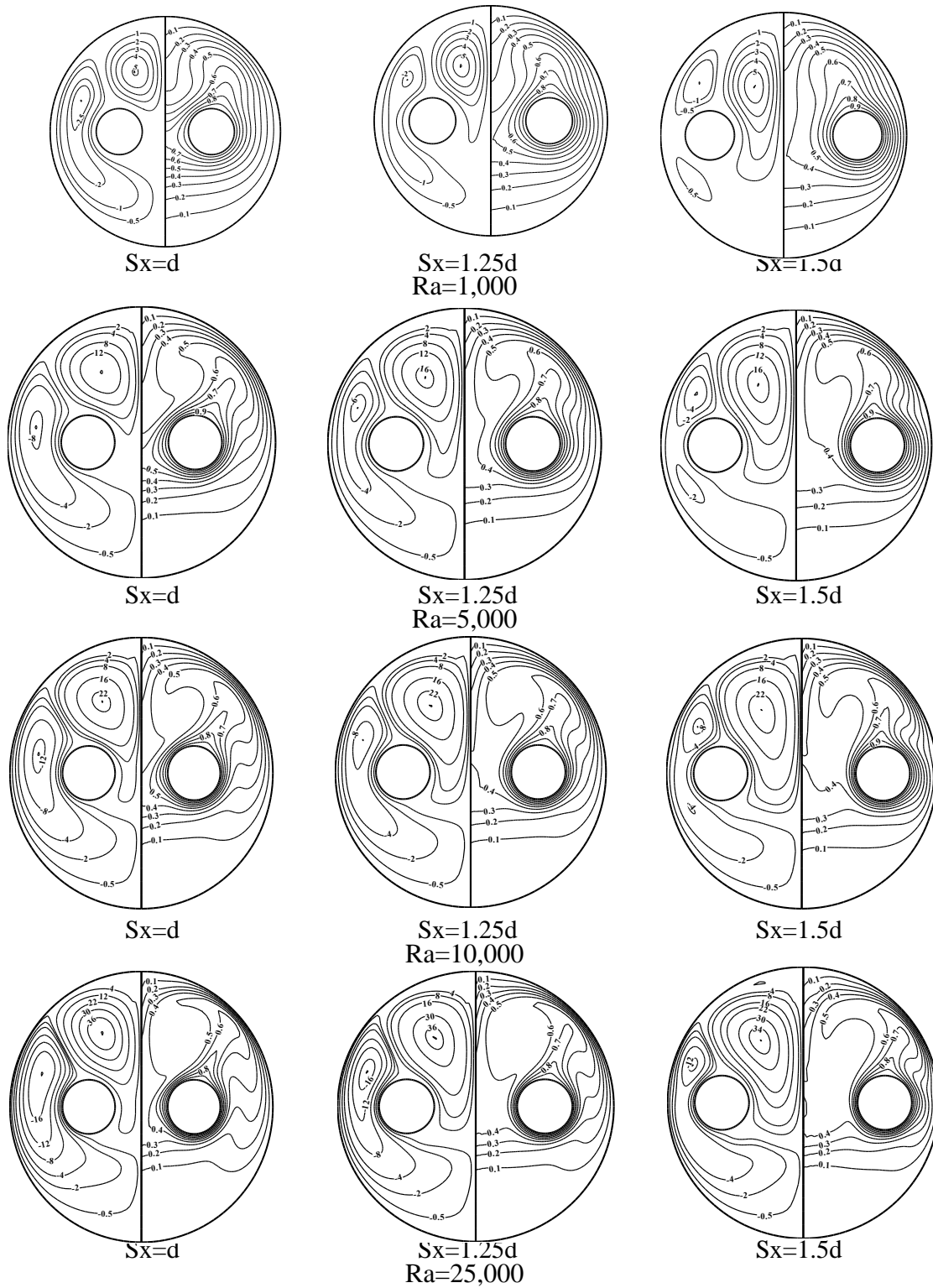


شكل(3): الشكل الهندسي المستخدم في البحث الحالي (أ) الإحدائيات العامة (ب) المجال الحسابي لإحدائيات  $(\zeta,\eta)$

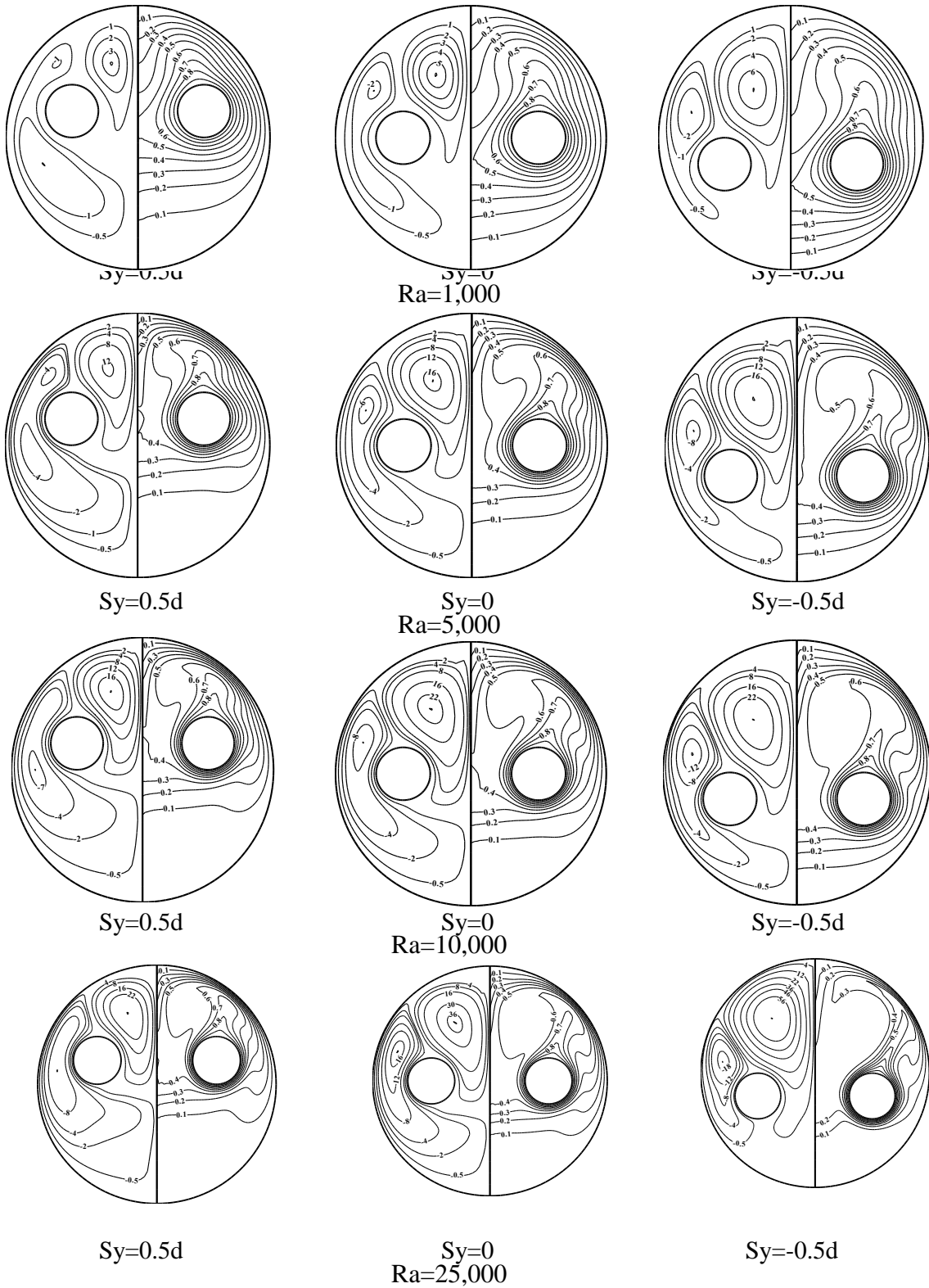


شكل(5): خطوط ثبوت درجة الحرارة وخطوط الانسياب  
(أ) نتائج المصدر [1] (ب) نتائج البحث الحالي

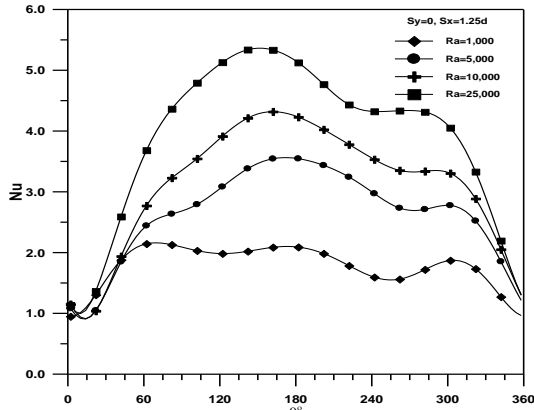
شكل (4): التوزيع الموضعي للموصلية المكافئة  $k_{eq}$  لاسطوانتين غير  
متمركزتين (أ) نتائج المصدر [8] (ب) نتائج البحث الحالي



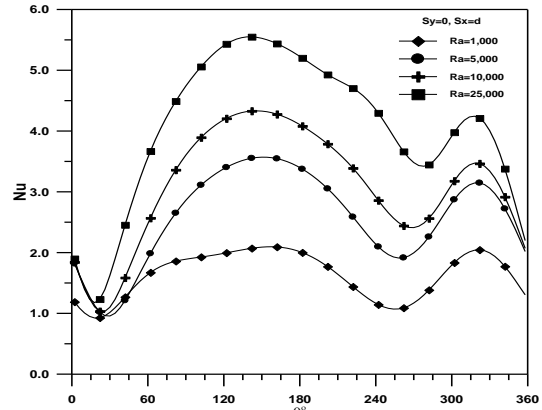
شكل(6): خطوط ثبوت درجة الحرارة (الجزء اليمين) وخطوط ثبوت دالة الانسياب (الجزء الايسر) عند  $(S_y=0)$



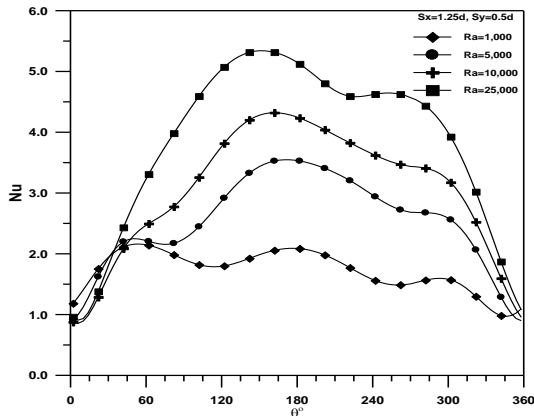
شكل (7): خطوط ثبوت درجة الحرارة (الجزء الايمن) وخطوط ثبوت دالة الانسياب (الجزء الايسر) عند ( $Sx=1.25d$ )



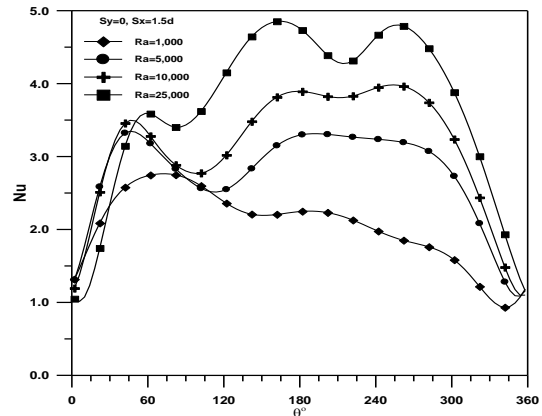
شكل(9): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند ( $S_x=1.25d$ )



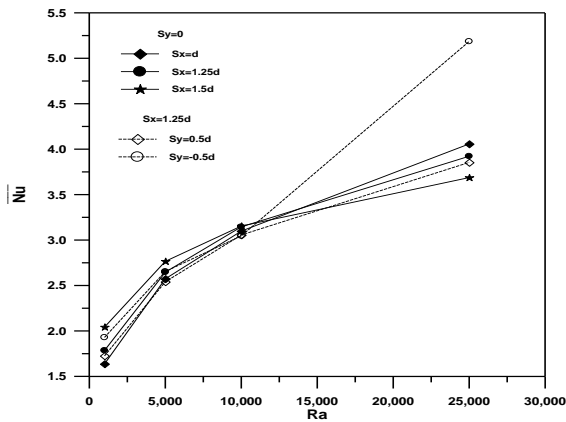
شكل(8): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند ( $S_x=d$ )



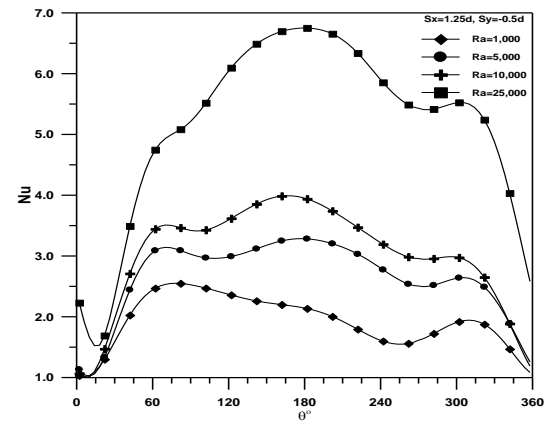
شكل(11): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند ( $S_y=0.5d$ )



شكل(10): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند ( $S_x=1.5d$ )



شكل(13): تغير معدل نسلت على الاسطوانة الداخلية مع عدد رالي لواقع مختلفة للاسطوانتين الداخليتين



شكل(12): تغير عدد نسلت الموضعي على محيط الاسطوانة الداخلية لاعداد رالي مختلفة عند ( $S_y=-0.5d$ )

---

## NUMERICAL STUDY OF NATURAL CONVECTION FROM TWO PARALLEL HORIZONTAL CYLINDERS ENCLOSED BY CIRCULAR CYLINDER

**Mahmoud H. Ali**

**Assistant Lecturer**

**Mechanical Eng. Dept.-Tikrit University**

### **ABSTRACT**

In this paper, numerical solution is presented for the steady state, two dimensional natural convection heat transfer from two parallel horizontal cylinders enclosed by circular cylinder. The inner cylinders are heated and maintained at constant surface temperature, while the outer cylinder is cooled at constant surface temperature. Boundary fitted coordinate system is used to solve governing equations. The vorticity-stream function and energy equations is solved using explicit finite difference method and stream function equation solved by successive iteration method. (20)Deferent cases are studied cover rang of Rayleigh number from (1,000) to (25,000) based on the inner cylinder diameter. These cases study the effect of the varying inner cylinders position horizontally and vertically within outer cylinder on the heat transfer and buoyancy that causes the flow. Outputs are displayed in terms of streamline, isothermal contours and local and average Nusselt number. The results showed that the position of the inner cylinders highly affects the heat transfer and flow movements in the gap. At low Rayleigh numbers the average Nusselt number increases with increase of horizontal distance between inner cylinders but the state is reversed at high Rayleigh numbers, while the average Nusselt number is increases with inner cylinder moving down at all Rayleigh numbers. The optimal position of inner cylinders for maximum and minimum heat transfer is located at each Rayleigh number so can be employed in isolation process or cooling process.

**KEY WORDS:** Natural convection, Horizontal cylinders, numerical analysis

